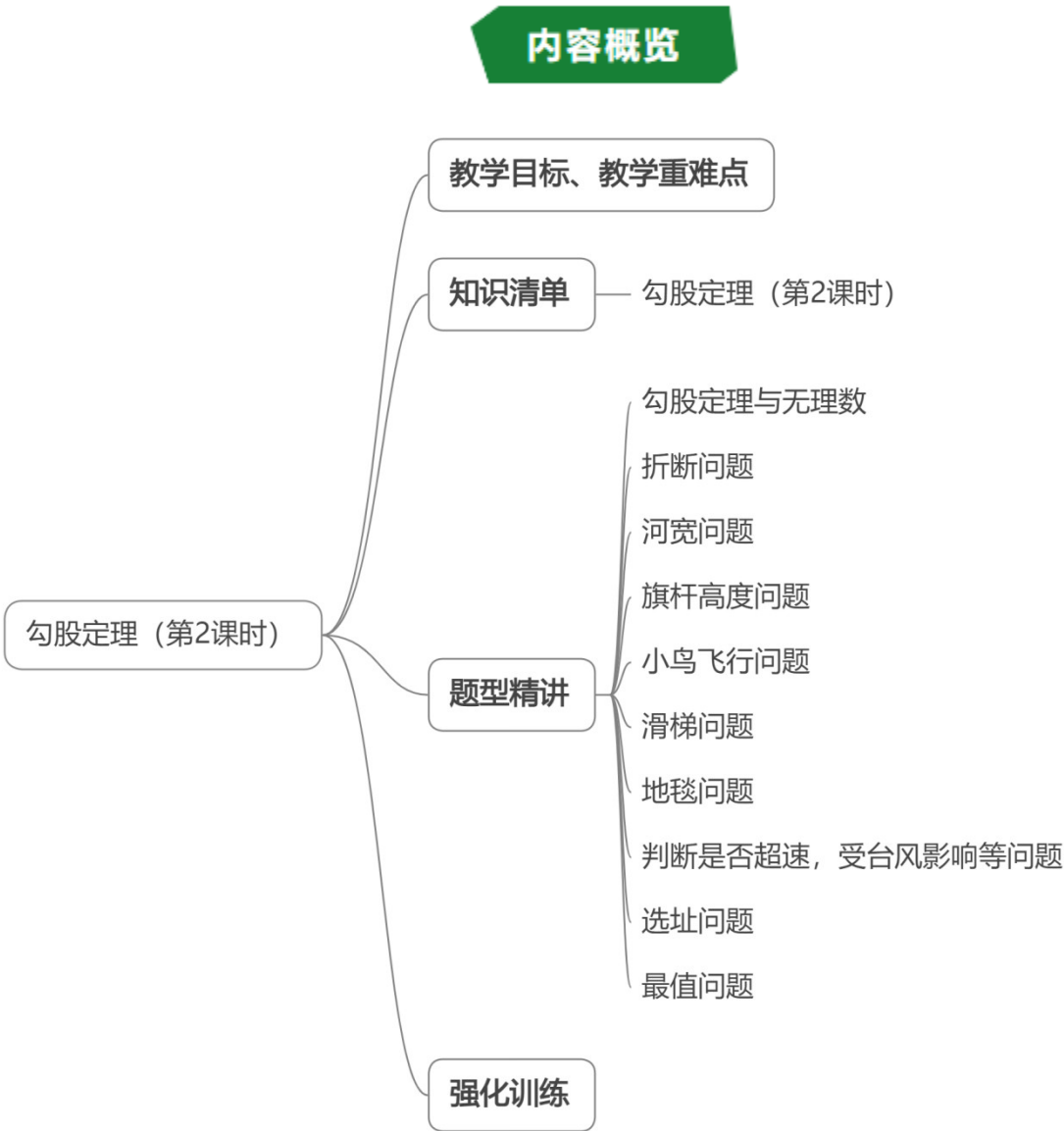


专题 22.5 勾股定理(第 2 课时)



教学目标、教学重难点

教学目标	1. 学会利用勾股定理解决实际问题； 2. 了解勾股定理有关的作图题； 3. 在实际问题中建立数学模型。
教学重难点	1.重点 (1) 知道应用勾股定理解决实际问题的一般步骤； (2) 勾股定理与无理数；

	(3) 勾股定理的有关的最值问题； 2. 难点 (1) 分析勾股定理有关的三维立体图形问题； (2) 勾股定理及其逆定理的综合应用。
--	--

知识清单

知识点 1 勾股定理（第 2 课时）

一、应用勾股定理解决实际问题

- (1) 解决两点距离问题：画出正确的图形，已知直角三角形两边，利用勾股定理求第三边。
- (2) 解决航海问题：理解方向角、灯塔等概念，根据题意画出图形，利用定理或逆定理解决问题。
- (3) 解决实际问题中两线段是否垂直的问题：以已知两线段为边构造一个三角形，根据三边的长度，利用勾股定理的逆定理解决问题。
- (4) 解决折叠问题：正确画出折叠前、后的图形，运用勾股定理及方程思想解题。
- (5) 解决梯子问题：梯子架到墙上，梯子、墙、地面构成直角三角形，利用勾股定理等知识解题。
- (6) 解决侧面展开问题：将立体图形的侧面展开成平面图形，利用勾股定理解决表面距离最短问题。

二、勾股定理的有关作图题

例 给出单位长度 1，作长为 $\sqrt{3}$ 的线段。

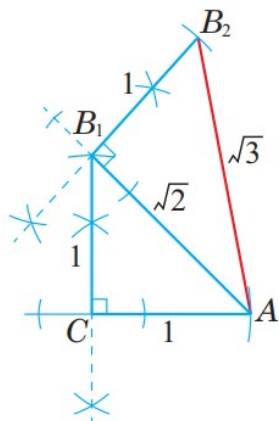


图 22-3-11

分析 根据勾股定理，可知两条直角边长都为 1 的直角三角形，它的斜边长等于 $\sqrt{2}$ ；两条直角边长分别为 $\sqrt{2}$ 、1 的直角三角形，它的斜边长就等于 $\sqrt{3}$ 。

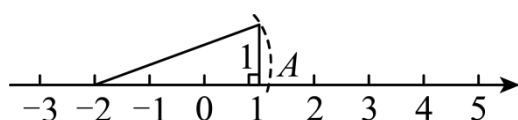
作法 如图 22-3-11。

- (1) 作两条直角边长都为 1 的直角三角形 ACB_1 ，其中 $\angle C=90^\circ$ ；
- (2) 以斜边 AB_1 为一直角边，作另一直角边长为 1 的直角三角形 AB_1B_2 。

斜边 AB_2 的长度是 $\sqrt{3}$ ，它就是所求的线段。

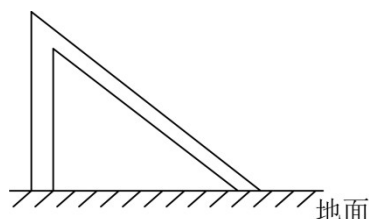
【即学即练】

1. 如图所示，数轴上点 A 所表示的数为 a ，则 a 的值是 ()

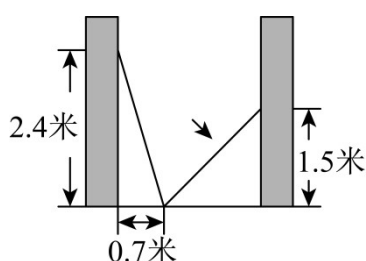


- A. $\sqrt{10}-2$ B. $\sqrt{10}$ C. 1 D. $\sqrt{10}-3$

2. 一旗杆在离地面 6m 处折断，旗杆顶部落在离旗杆底部 8m 处，那么这根旗杆原来有 _____ m 高 .

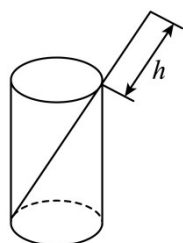


3. 如图，小巷左右两侧是竖直的墙壁，一架梯子斜靠在左墙时，梯子底端到左墙角的距离为 0.7 米，顶端距离地面 2.4 米．若梯子底端位置保持不动，将梯子斜靠在右墙时，顶端距离地面 1.5 米，则小巷的宽度为 _____ 米 .



4. 甲轮船以每小时 18 海里的速度从港口 O 出发向东北方向航行，同时乙轮船以每小时 24 海里的速度从港口 O 出发向西北方向航行，1 小时后，甲乙两轮船之间距离为 _____ 海里

5. 如图将一根长为 22cm 的筷子，置于底面直径为 5cm，高为 12cm 的圆柱形水杯中，设筷子露在杯子外面的长度为 h cm，则 h 的取值范围是 ()

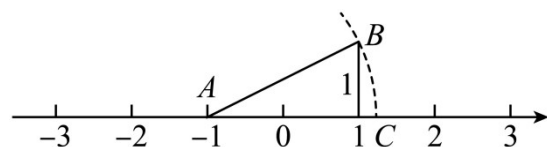


- A. $9 < h < 10$ B. $9 \leq h \leq 10$ C. $5 \leq h \leq 13$ D. $5 < h < 13$

题型精讲

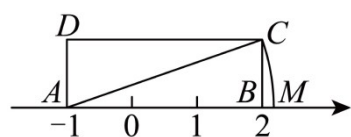
题型 01 勾股定理与无理数

【典例 1】. 如图，以点 A 为圆心， AB 的长为半径画弧，交数轴于点 C ，则点 C 表示的数为（ ）

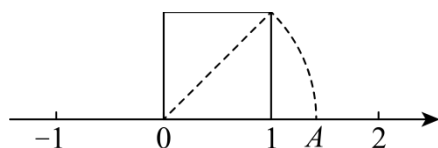


- A. $\sqrt{5} + 1$ B. $\sqrt{5} - 1$ C. $-\sqrt{5} + 1$ D. $-\sqrt{5} - 1$

【变式 1】. 如图，长方形 $ABCD$ 中， $AB = 3$ ， $AD = 1$ ，边 AB 在数轴上， A 表示的数为 -1 ，若以点 A 为圆心，对角线 AC 的长为半径作弧交数轴的正半轴于 M ，则点 M 表示的数为_____.



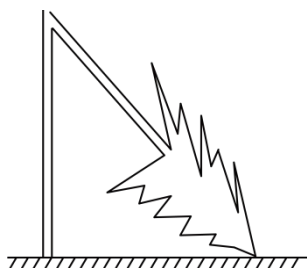
【变式 2】. 如图，以数轴的单位长线段为边作一个正方形，以数轴的原点为旋转中心，将过原点的对角线顺时针旋转，使对角线的另一端点落在数轴正半轴的点 A 处，则点 A 表示的数是（ ）



- A. 1 B. 1.3 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$

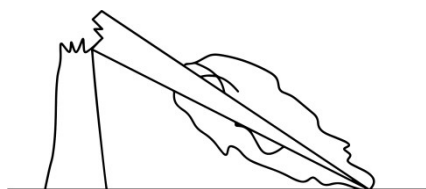
题型 02 折断问题

【典例 1】. 如图，一棵大树在台风中于离地面 8 米处折断倒下，树的顶端落在离树干 6 米远处，这棵大树在折断前的高度为（ ）



- A. 10 米 B. 14 米 C. 18 米 D. 19 米

【变式 1】. 如图，台风过后，某市体育中心附近一棵大树在高于地面 3m 处折断，大树顶部落在距离大树底部 4m 处的地面上。则这棵树折断之前的高度（ ）



- A . 7m B . 8m C . 9m D . 5m

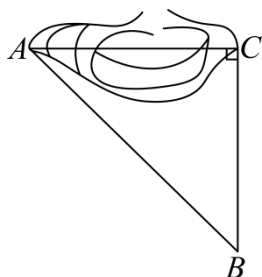
【变式2】 . 九章算术中记载了一个“折竹抵地”问题：大意是一根竹子原高⁸米，中部有一处折断，竹梢触地面处离竹根⁴米，试问折断处离地面多高？（ ）



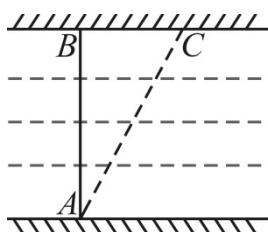
- A . 3米 B . 4米 C . 4.2米 D . 5.8米

题型 03 河宽问题

【典例1】 . 如图，为修筑铁路需凿通隧道 AC ，现测量出 $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AB = 6\text{km}$ ， $BC = 4.8\text{km}$. 若每天凿隧道 200m ，则需要_____天才能把隧道 AC 凿通 .

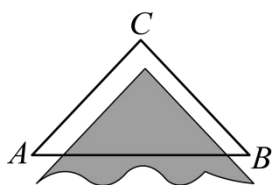


【变式1】 . 在一次研学活动中，小宣同学欲控制遥控轮船匀速垂直横渡一条河，但由于水流的影响，实际岸地点 C 与欲到达地点 B 相距⁸米，结果轮船在水中实际航行的路程 AC 比河的宽度 AB 多²米，则河的宽度 AB 是_____米 .



【变式2】 . 如图所示，小明上学途中要经过 A ， B 两地，由于 A ， B 两地之间有一片草坪，所以需要走路线 AC ， CB . 小明想知道 A ， B 两地间的距离，测得 $AC = 50\text{m}$ ， $\angle A = 45^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ，两地 AB 间距

离为

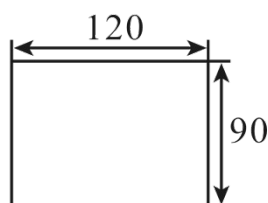


题型 04 旗杆高度问题

【典例 1】. 将挂好彩旗的旗杆垂直插在操场上，旗杆从旗顶到地面的高度为 320cm，在无风的天气里，彩旗自然下垂，如图①. 彩旗完全展平时的尺寸（单位：cm）如图②的长方形，则彩旗下垂时最低处离地面的最小高度 h 是（ ）



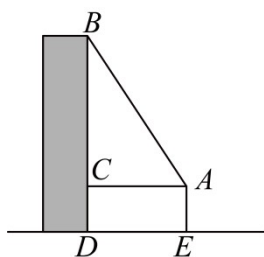
图①



图②

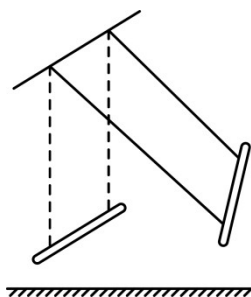
- A . 170cm B . 160cm C . 230cm D . 200cm

【变式 1】. 如图，一高层住宅发生火灾，消防车立即赶到距住宅 8 米处（ $AC = 8$ 米），升起云梯到火灾窗口 B . 已知云梯 AB 的长为 17 米，云梯底部距地面的高 $AE = 1.5$ 米，则发生火灾的住户窗口距离地面的高 BD 为（ ）



- A . 19.5 米 B . 17.5 米 C . 15 米 D . 16.5 米

【变式 2】. [传统文化] 在《直指算法统宗》中有一道“荡秋千”的问题：“平地秋千未起，踏板一尺离地. 送行二步与人齐，五尺人高曾记. 仕女佳人争蹴，终朝笑语欢嬉. 良工高士素好奇，算出索长有几？”大意为：有一架秋千，当它静止时，踏板离地 1 尺，将它往前推送 10 尺（水平距离）时，秋千的踏板就和人一样高，这个人的身高为 5 尺. 如图，如果秋千的绳索始终拉得很直，那么绳索有多长（ ）



- A . 11.5 尺 B . 12.5 尺 C . 13.5 尺 D . 14.5 尺

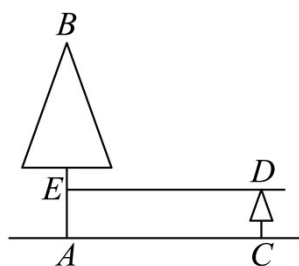
题型 05 小鸟飞行问题

【典例 1】 . 如图，有两棵树，一棵高⁶米，另一棵高³米，两树相距⁴米，一只鸟从一棵树的树梢飞到另一棵树的树梢，问小鸟至少飞行（ ）



- A . 6 米 B . 5 米 C . 4 米 D . 3 米

【变式 1】 . 如图，学校操场上有两棵树 AB 和 CD （都与水平地面 AC 垂直），大树 AB 高⁸米，树梢 D 到树 AB 的水平距离 DE ($DE \perp AB$) 的长度为⁸米，小树 CD 高²米，一只小鸟从树梢 D 飞到树梢 B ，则它至少要飞行的长度为（ ）



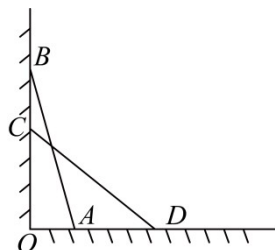
- A . 8 米 B . 10 米 C . 12 米 D . 16 米

【变式 2】 . 公园内有两棵树，相距 24m，一棵树高为 26m，另一棵树高为 16m，一只小鸟从一棵树的顶端飞到另一棵树的顶端，小鸟至少要飞（ ）

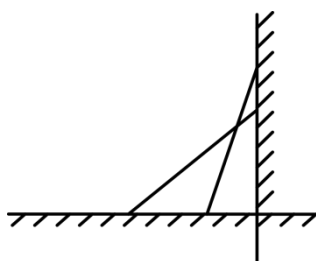
- A . 42m B . 40m C . 26m D . 24m

题型 06 滑梯问题

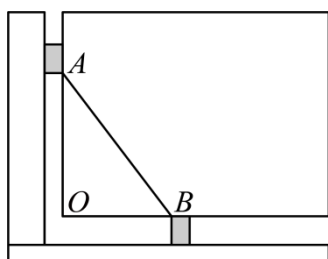
【典例 1】 . 一只小猫爬楼梯，楼梯斜靠在墙上，楼梯底部距离墙角 0.7 米（即 $AO = 0.7\text{m}$ ），由于楼梯滑动，底部滑动了 1.3 米（即 $AD = 1.3\text{m}$ ），楼梯的高度为 2.5 米（即 $AB = 2.5\text{m}$ ），则楼梯下滑了_____米。（即求 BC 的长）。



【变式 1】 . 如图，一架长 2.5m 的梯子，斜靠在一面竖直的墙上，这时梯子底端离墙 0.7m ，为了安装壁灯，梯子顶端需离地面 2m ，请你计算一下，此时梯子底端应再远离墙_____m。

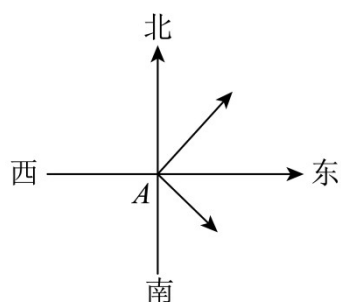


【变式 2】 . 如图所示的两个滑块 A ， B （可分别看成一个点）由一个连杆连接，分别可以在竖直和水平的滑道上滑动，开始时，滑块 A 与点 O 的距离为 20cm ，滑块 B 与点 O 的距离为 15cm 。当滑块 A 向下滑到点 O 时，滑块 B 向右滑动了_____cm。

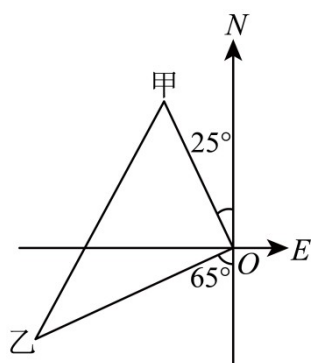


题型 07 航海问题

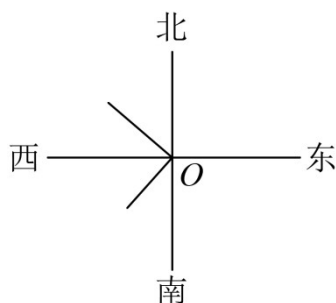
【典例 1】 . 如图，客船以 24 海里/时的速度从港口 A 向东北方向航行，货船以 18 海里/时的速度同时从港口 A 向东南方向航行，则 2 小时后两船相距_____海里。



【变式 1】 . 如图，轮船甲从港口 O 出发沿北偏西 25° 的方向航行 6 海里，同时轮船乙从港口 O 出发沿南偏西 65° 的方向航行 8 海里，这时两轮船相距_____海里 .

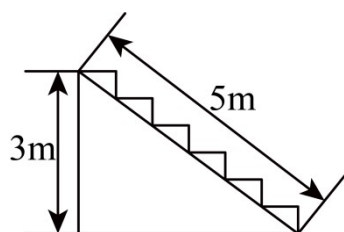


【变式 2】 . 如图，一轮船从港口 O 出发以 32 海里/时的速度向北偏西 50° 方向航行，另一轮船同时从港口 O 出发以 24 海里/时的速度向南偏西 40° 方向航行，航行 1 小时后，两船相距_____海里 .



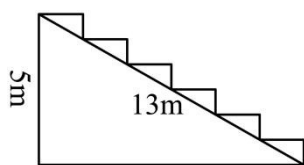
题型 08 地毯问题

【典例 1】 . 如图，为庆祝渝北中学艺术节，学校准备组建合唱团进行表演，欲在如图所示的阶梯形站台上铺设红色地毯，已知这种地毯每平方米售价为 40 元，站台宽为 10m ，则购买这种地毯至少需要_____元 .

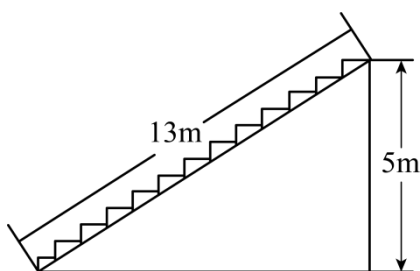


【变式 1】 . 某公司举行开业一周年庆典，准备在一个长 13m ，高 5m 的台阶上铺设地毯（如图），若台

阶的宽为 4m ，地毯的价格为 $120\text{元}/\text{m}^2$ ，则购买地毯需花费_____元。

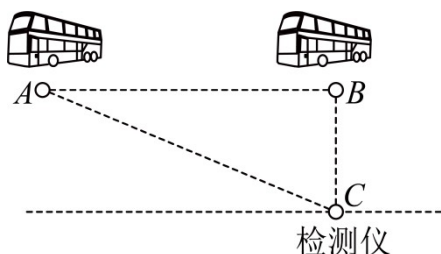


【变式2】 . 在高为 5m ，坡面长为 13m 的楼梯表面铺地毯，每米造价 a 元，铺完整个楼梯总造价需要_____元。



题型 09 判断是否超速，受台风影响等问题

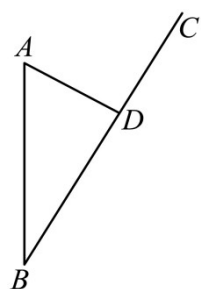
【典例1】 . 某条高速公路限速 100km/h ，如图，一辆大巴车在这条道路上沿直线行驶，某一时刻刚好行驶到路对面车速检测仪 C 处的正前方 50m 的 B 处，过了 4s ，大巴车到达 A 处，此时测得大巴车与车速检测仪间的距离为 130m 。



(1) 求 AB 的长。

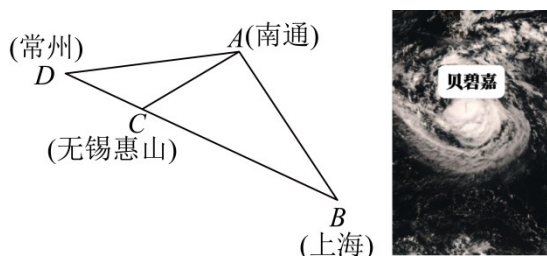
(2) 这辆大巴车超速了吗？

【变式1】 . 如图，某沿海城市 A 接到台风预警，在该市正南方向 340km 的 B 处有一台风中心，沿 BC 方向以 15km/h 的速度移动，已知城市 A 到 BC 的距离 AD 为 160km 。



- (1) 台风中心经过多长时间从 B 点移到 D 点？
- (2) 如果在距台风中心 200km 的圆形区域内都将受到台风的影响，那么 A 市受到台风影响的时间持续多少小时？

【变式2】 . 2024 年 9 月第 13 号台风“贝碧嘉”登陆，使我国长三角很多地区受到严重影响，这是今年以来对我国影响最大的台风，风力影响半径 100km （即距离台风中心小于或等于 100km 区域内都会受台风影响）. 如图，线段 BD 是台风“贝碧嘉”中心从上海市（记为点 B ）向西北方向移动到常州市（记为点 D ）的大致路线，无锡市惠山区（记为点 C ）大致在线段 BD 上，南通市记为点 A ，且 $AB \perp AC$. 若 A, C 之间相距 120km ， A, B 之间相距 160km .



- (1) 判断南通市（记为点 A ）是否会受到台风“贝碧嘉”的影响，并说明理由.
- (2) 若台风“贝碧嘉”中心的移动速度为 20km/h ，则台风影响南通市（记为点 A ）持续时间有多长？

题型 10 选址问题

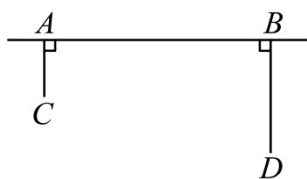
【典例1】 . 为加快新农村建设，提高人居环境，计划要在道路 m 上修建一个天然气站 E ，同时向 D, C 两个居民区提供优质天然气，供居民取暖，做饭. 已知如图： D 到道路 m 的距离 $DA = 2\text{km}$ ， C 到道路 m 的距离 $CB = 1\text{km}$ ， A, B 两地距离 $AB = 5\text{km}$. 气站 E 应建在道路 m 的什么位置，使得 C, D 两居民区到气站 E 的距离相等？



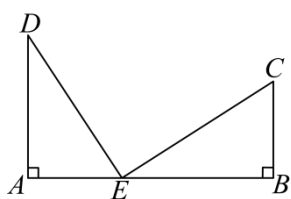
- (1) 请你设计出气站 E 的位置（在图中用尺规作图作出符合条件的点 E ，不写作法，保留作图痕迹）；
- (2) 计算出气站 E 到 A 处的距离.

【变式1】 . 如图，铁路上 A, B 两站相距 8km ， C, D 为两个村庄， $AC \perp AB$ ， $BD \perp AB$ ，垂足分别为 A, B ，已知 $AC = 2\text{km}$ ， $BD = 4\text{km}$ ，现在要在铁路 AB 上修建一个中转站 P ，使得 P 到 C, D 两村的距

离和最短．请在图中画出 P 点的位置，并求出 $PC + PD$ 的最小值．



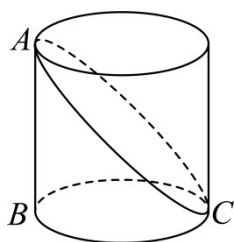
【变式 2】．2024 年“广西三月三·八桂嘉年华”文化旅游品牌活动在南宁青秀山风景区拉开帷幕．大家身着民族服饰共赴一场民俗文化盛宴．如图，在地图上 A 、 B 两站直线距离为 25km ， C 、 D 为青秀山和园博园民俗文化活动场地，且 $DA \perp AB$ 于 A ， $CB \perp AB$ 于 B ．已知 $DA = 15\text{km}$ ， $CB = 10\text{km}$ ，现在小明要在直线 AB 上找到地点 E ，使得：



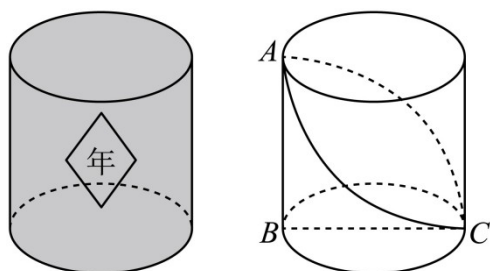
- (1) 若要使得 C 、 D 两活动点到地点 E 的距离相等，则小明所在的 E 站应在离 A 站多少 km 处？
- (2) 若要使得地点 E 到 C 、 D 两地的距离之和最短，则小明所在的 E 站应在离 A 站多少 km 处？并求出 $DE + CE$ 的最短距离．

题型 11 最值问题

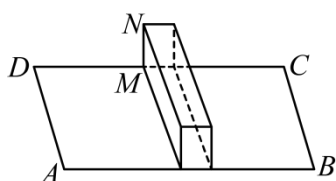
【典例 1】．如图，已知圆柱底面的周长为 6dm ，圆柱的高为 4dm ，在圆柱的侧面上，过点 A 和点 C 嵌有一圈金属丝，则这圈金属丝的周长最小为多少？



【变式 1】．今年 9 月 23 日是第六个中国农民丰收节，小明用 3D 打印机制作了一个底面周长 24cm ，高为 8cm 的圆柱粮仓模型．如图 BC 是底面直径， AB 是高．现要在此模型的侧面贴一圈彩色装饰带，使装饰带经过 A 、 C 两点（接头不计），则装饰带的长度最短是多少？



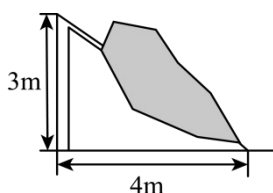
【变式2】 . 如图所示，四边形 $ABCD$ 是长方形地面，长 $AB = 20\text{m}$ ，宽 $AD = 10\text{m}$. 中间竖有一堵墙，高 $MN = 2\text{m}$. 一只蚂蚱从点 A 爬到点 C ，它必须翻过中间那堵墙，求它至少要走多长的路程 .



强化训练

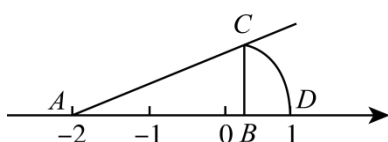
一、单选题

1 . 如图，一棵大树在一次强台风中于离地面 3m 处折断倒下，树干顶部在根部 4m 处，这棵大树在折断前的高度为 () m .



- A . 5 B . 7 C . 8 D . 9

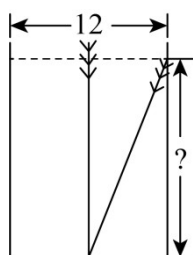
2 . 如图所示，数轴上的点 A 表示的数是 -2 ，点 D 表示的数是 1 ， $CB \perp AD$ ，与 AB 交于点 B ，以点 A 为圆心， AD 长为半径画弧，交 BC 于点 C ， $BC = 1$. 则数轴上点 B 表示的数是 ()



- A . $2\sqrt{2}$ B . $2\sqrt{2} - 2$ C . 2 D . $2\sqrt{2} + 2$

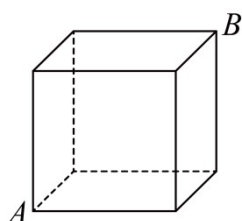
3 . 我国古代数学著作《九章算术》中记载了一个问题：“今有池方一丈，葭 (jiā) 生其中，出水一尺 . 引葭赴岸，适与岸齐，问水深几何” (丈、尺都是长度单位， $1\text{丈} = 10\text{尺}$.) 其大意为：有一个水池，水面是

一个边长为 12 尺的正方形，在水池中央有一根芦苇，它高出水面 2 尺．如果把这根芦苇拉向水池一边的中点，它的顶端恰好到达池边的水面．水的深度是多少？则水深为（ ）



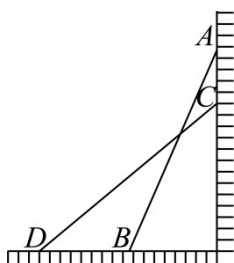
- A . 6 尺 B . 7 尺 C . 8 尺 D . 9 尺

4 . 如图，一只蚂蚁沿棱长为 6 的正方体表面从顶点 A 爬到顶点 B ，则它走过的最短路程为（ ）



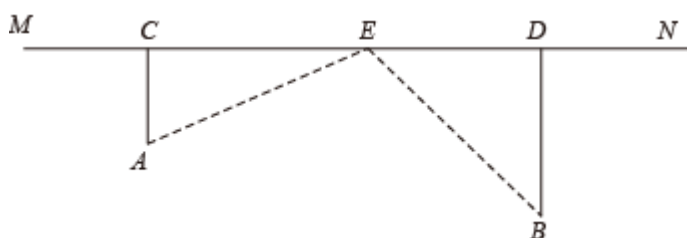
- A . $6\sqrt{5}$ B . $6(1+\sqrt{2})$ C . 36 D . 12

5 . 如图，一架长 25 米的梯子 AB ，斜靠在竖直的墙上，梯底端离墙 7 米，若梯子顶端下滑 4 米至 C 点，那么梯子底端将向左滑动（ ）米．



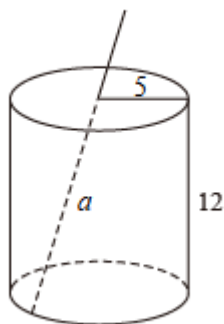
- A . 4 B . 6 C . 8 D . 10

6 . 如图，城南大道 MN 的同一侧有 A 、 B 两个社区， $CA \perp MN$ 于 C ， $DB \perp MN$ 于 D ， C 、 D 两点相距 5km，已知 $CA = 1\text{km}$ ， $DB = 3\text{km}$ ．现要在 CD 上建一个社区服务站 E ，使得 A 、 B 两社区到 E 站的距离相等，则 CE 的长是（ ）km．



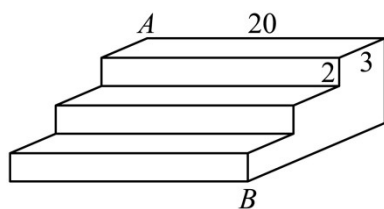
- A . 2 B . 3.3 C . 2.5 D . 2.8

7. 如图是一个圆柱形饮料罐，底面半径是 5，高是 12，上底面中心有一个小圆孔，则一条长 16cm 的直吸管露在罐外部分 a 的长度（罐壁的厚度和小圆孔的大小忽略不计）范围是（ ）



- A . $4 \leq a \leq 5$ B . $3 \leq a \leq 4$ C . $2 \leq a \leq 3$ D . $1 \leq a \leq 2$

8. 一个三级台阶，它的每一级的长宽和高分别为 20、3、2， A 和 B 是这个台阶两个相对的端点， A 点有一只蚂蚁，想到 B 点去吃可口的食物，则蚂蚁沿着台阶面爬到 B 点最短路程为（ ）

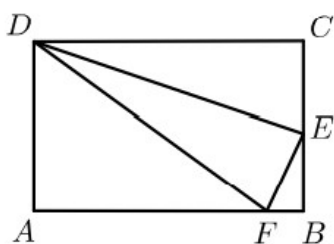


- A . $\sqrt{481}$ B . 25 C . 30 D . 35

9. 在 A 地有甲、乙两支部队，接到命令后分别沿着东北方向与西北方向参加长江大堤的抗洪抢险.行进的
速度都为每小时 60 千米，结果甲、乙两支部队分别用了 1 小时和 1 小时 20 分赶到指定的地点 B 处和 C 处，
则 BC 之间的距离为（ ）千米.

- A . 80 B . 60 C . 100 D . 120

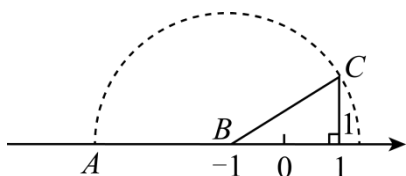
10. 如图所示，在长方形 $ABCD$ 中， $AD = 6, AB = 10$ ，若将长方形 $ABCD$ 沿 DE 折叠，使点 C 落在 AB 边上的点 F 处，则线段 CE 的长为（ ）



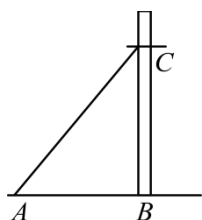
- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{17}{30}$ C. $\frac{10}{3}$ D. 10

二、填空题

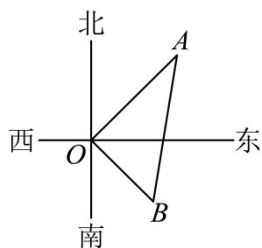
11. 如图， $BA = BC$ ，在数轴上点 A 表示的数为 a ，则 a 的值最接近的整数是_____。



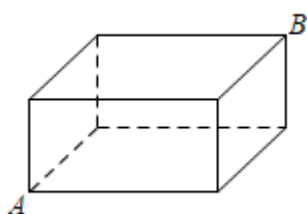
12. 如图，从电杆上离地面 5m 的 C 处向地面拉一条长为 7m 的钢缆，则地面钢缆 A 到电线杆底部 B 的距离是_____。



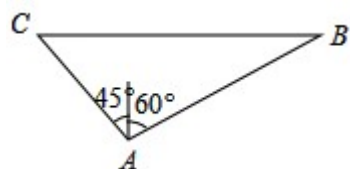
13. 在水塔 O 的东北方向 32 米处有一抽水站 A ，在水塔的东南方向 24 米处有一建筑工地 B ，在 AB 间建一条直水管，则水管的长为_____米。



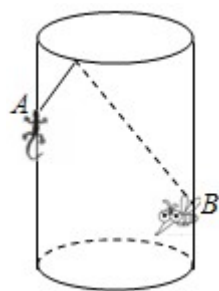
14. 如图是一块长、宽、高分别为 4cm、2cm 和 1cm 的长方体木块，一只蚂蚁要从长方体木块的一个顶点 A 处，沿着长方体木块的表面爬到长方体木块上和顶点 A 相对的顶点 B 处吃食物，那么它需要爬行的最短路径的长是_____。



15. 一艘轮船在小岛 A 的北偏东 60° 方向距小岛 60 海里的 B 处，沿正西方向航行 3 小时后到达小岛的北偏西 45° 的 C 处，则该船行驶的速度为_____海里/小时。



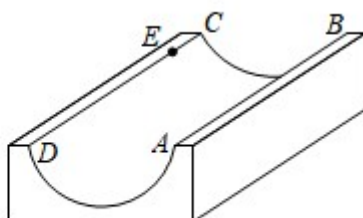
16. 如图，圆柱形容器中，高为 8cm ，底面周长为 24cm ，在容器内壁离容器底部 2cm 的点 B 处有一蚊子，此时一只壁虎正好在容器外壁，离容器上沿 3cm 与蚊子相对的点 A 处，则壁虎捕捉蚊子的最短距离为 $\underline{\hspace{1cm}}\text{cm}$ (容器厚度忽略不计)。



17. 云顶滑雪公园是北京 2022 年冬奥会 7 个雪上竞赛场馆中唯一利用现有雪场改造而成的。下图左右两幅图分别是公园内云顶滑雪场 U 型池的实景图 and 示意图，该场地可以看作是从一个长方体中挖去了半个圆柱而成，它的横截面图中半圆的半径为 $\frac{12}{\pi}\text{m}$ ，其边缘 $AB = CD = 24\text{m}$ ，点 E 在 CD 上， $CE = 4\text{m}$ 。一名滑雪爱好者从点 A 滑到点 E ，他滑行的最短路线长为 $\underline{\hspace{1cm}}\text{m}$ 。

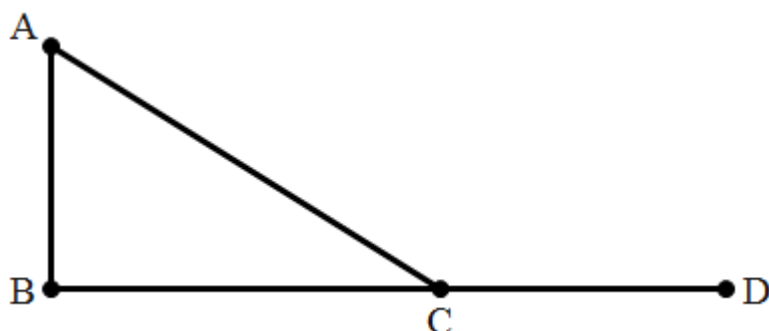


云顶滑雪场U型池实景图



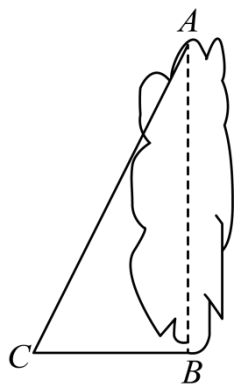
云顶滑雪场U型池示意图

18. 如图，小明家 (A) 在小亮家 (B) 的正北方，某日，小明与小亮约好去图书馆 (D)，一小明行走的路线是 $A \rightarrow C \rightarrow D$ ，小亮行走的路线是 $B \rightarrow C \rightarrow D$ ，已知 $AB = 3\text{km}$ ， $BC = 4\text{km}$ ， $CD = 5\text{km}$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ，已知小明骑自行车速度为 $a\text{ km/分钟}$ ，小亮走路，速度为 0.1 km/分钟 。小亮出发 20 分钟后小明再出发，若小明在路上遇到小亮，则带上小亮一起去图书馆，为了使小亮能坐上小明的顺风车，则 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{1cm}}$ 。

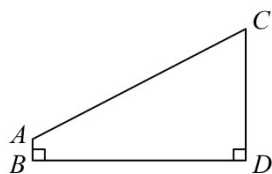


三、解答题

19. 如图，湖的两岸有 A, B 两棵景观树，在与 AB 垂直的 BC 方向上取一点 C ，测得 $BC = 5$ 米， $AC = 13$ 米，求两棵景观树之间的距离。

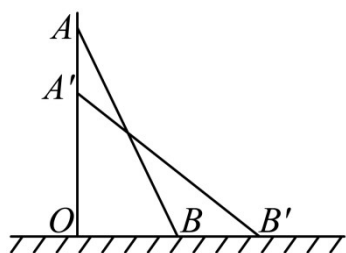


20. 在“欢乐周末·非遗市集”活动现场，诸多非遗项目集中亮相，让过往游客市民看花了眼、“迷”住了心。小明买了一个年画风筝，并进行了试放，为了解决一些问题，他设计了如下的方案：先测得放飞点与风筝的水平距离 BD 为 15m ；根据手中余线长度，计算出 AC 的长度为 17m ；牵线放风筝的手到地面的距离 AB 为 1.5m 。已知点 A, B, C, D 在同一平面内。



- (1) 求风筝离地面的垂直高度 CD ；
- (2) 在余线仅剩 9m 的情况下，若想要风筝沿射线 DC 方向再上升 12m ，请问能否成功？请运用数学知识说明。

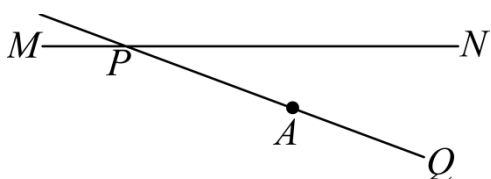
21. 如图，一架梯子 AB 长 10 米，斜靠在一面墙上，梯子底端离墙 6 米。



(1) 这个梯子的顶端距地面有多高？

(2) 如果梯子的顶端下滑了 2 米，那么梯子的底端在水平方向滑动了多少米？

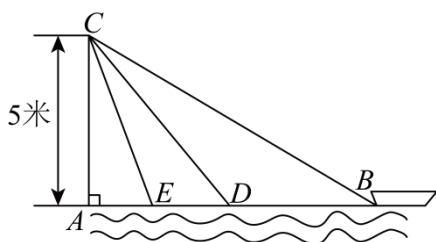
22. 如图，公路 MN 和公路 PQ 在点 P 处交汇，且 $\angle QPN = 30^\circ$ 。点 A 处有一所中学， $AP = 160\text{m}$ ，一辆行驶速度为 18km/h 的拖拉机从 P 沿公路 MN 前行。



(1) 假设拖拉机行驶时周围 100m 以内会受到噪声影响，则拖拉机对该中学造成的噪声影响最大时的距离是多少？

(2) 该学校受影响的时间为多少？

23. 有一艘游轮即将靠岸，当游轮到达 B 点后熄灭发动机，在离水面高度为 5m 的岸上，工作人员用绳子牵引靠岸，开始时绳子 BC 的长为 13m 。（假设绳子是直的，结果保留根号）



(1) 若工作人员以 1.5m/s 的速度收绳， 4s 后船移动到点 D 的位置，问此时游轮距离岸边还有多少米？

(2) 若游轮熄灭发动机后保持 0.8m/s 的速度匀速靠岸， 10s 后船移动到 E 点，工作人员手中的绳子被收上来多少米？

24. (1) 请在图 1 中画一个边长为 $\sqrt{17}$ 的正方形，要求所画正方形的顶点都在格点上；

(2) 如图 2，面积为 7 的正方形 $ABCD$ 的顶点 A 在数轴上，且点 A 表示的数为 -1 ，若点 E 在数轴上，（点 E 在点 A 的右侧）且 $AB = AE$ ，则点 E 所表示的数为 ；

(3) 以图 1 中 1 个方格的边长为单位 1，画出数轴，然后在数轴上表示 $2 + \sqrt{17}$ 和 $2 - \sqrt{17}$ 。



图1

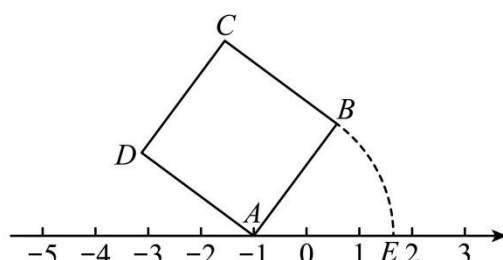


图2

25. 背景介绍：勾股定理是几何学中的明珠，充满着魅力．千百年来，人们对它的证明门庭若市，其中有著名的数学家，也有业余数学爱好者．向常春在 1994 年构造发现了一个新的证法．

小试牛刀：把两个全等的直角三角形如图 1 放置，其三边长分别为 a 、 b 、 c ．显然， $\angle DAB = \angle B = 90^\circ$ ， $AC \perp DE$ ．请用 a 、 b 、 c 分别表示出梯形 $ABCD$ 、四边形 $AECD$ 、 $\triangle EBC$ 的面积，再探究这三个图形面积之间的关系，可得到勾股定理：

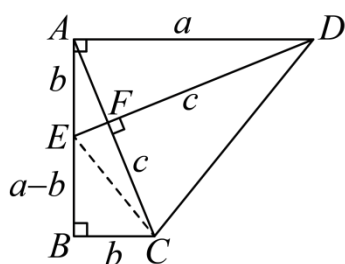


图1

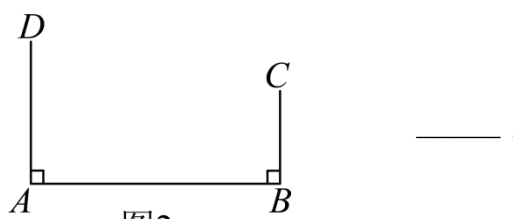


图2

$$S_{\text{梯形}ABCD} =$$

$$S_{\triangle EBC} =$$

$$S_{\text{四边形}AECD} =$$

则它们满足的关系式为_____，经化简，可得到勾股定理 $a^2 + b^2 = c^2$ ．

知识运用：

(1) 如图 2，铁路上 A 、 B 两点（看作直线上的两点）相距 40 千米， C 、 D 为两个村庄（看作两个点）， $AD \perp AB$ ， $BC \perp AB$ ，垂足分别为 A 、 B ， $AD = 25$ 千米， $BC = 16$ 千米，则两个村庄的距离为_____千米（直接填空）；

(2) 在 (1) 的背景下，若 $AB = 40$ 千米， $AD = 24$ 千米， $BC = 16$ 千米，要在 AB 上建造一个供应站 P ，使得 $PC = PD$ ，求出 AP 的距离．

知识迁移：借助上面的思考过程与几何模型，求代数式 $\sqrt{x^2 + 9} + \sqrt{(16-x)^2 + 81}$ 的最小值 ($0 < x < 16$)．

