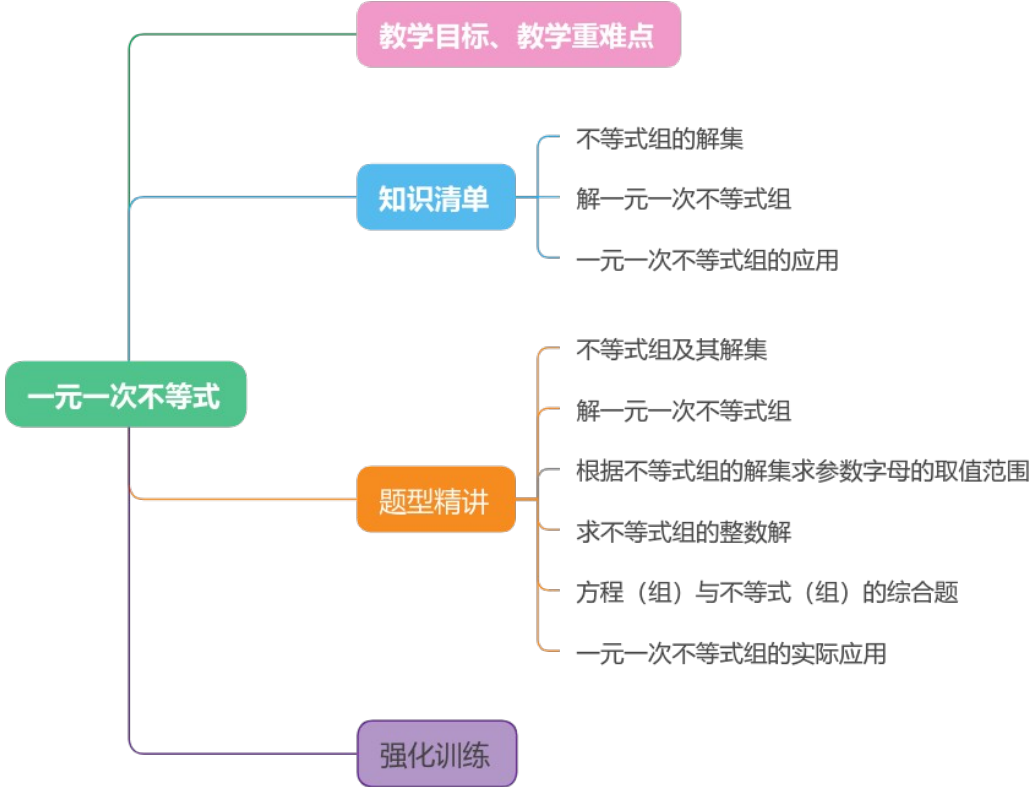


专题 15.3 一元一次不等式组

内容概览



教学目标、教学重难点

教学目标	1.了解一元一次不等式组及其解集的概念，能准确识别一元一次不等式组，明确其与一元一次不等式的区别与联系。 2.会解简单的一元一次不等式组，能正确运用不等式的基本性质求解每个不等式的解集。 3.熟练掌握用数轴确定一元一次不等式组解集的方法，能规范地在数轴上表示不等式组的解集（正确使用空心圈与实心点）。 4.能根据实际问题中的不等关系，列出一元一次不等式组，解决简单的实际问题，包括求整数解等特殊解问题。
教学重难点	1.重点 一元一次不等式组解法

	2.难点 一元一次不等式组解集的“公共部分”含义，及一元一次不等式组的应用.
--	---

知识清单

知识点 01 不等式组的解集

1. 基本概念

(1) 一元一次不等式组

由几个含有同一个未知数的一元一次不等式组成的一组不等式叫作_____.

(2) 不等式组的解集

不等式组中所有不等式解集的_____叫作不等式组的解集.

(3) 解不等式组

求不等式组解集的过程叫作_____.

【即学即练】

1. 下列不等式组中，是一元一次不等式组的是 ()

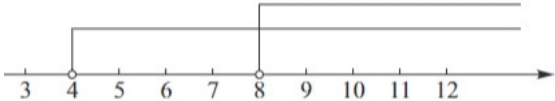
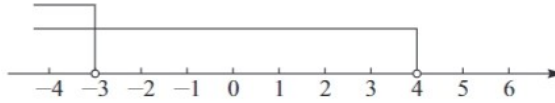
- A . $\begin{cases} x > 2 \\ x - 1 < -3 \end{cases}$

B . $\begin{cases} x + 1 > 0 \\ y - 2 < 0 \end{cases}$

C . $\begin{cases} 3x - 2 > 0 \\ (x - 2)(x + 3) > 0 \end{cases}$

D . $\begin{cases} 3x - 2 > 0 \\ x + 1 > \frac{1}{x} \end{cases}$

2. 利用数轴求不等式组解集的四种情形

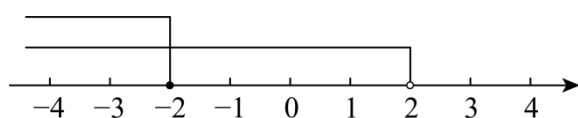
不等式组	图例	解集	归纳
$\begin{cases} x > 4 \\ x > 8 \end{cases}$			同大取大
$\begin{cases} x < -3 \\ x < 4 \end{cases}$			同小取小

不等式组	图例	解集	归纳
$\begin{cases} x > -3 \\ x < 4.5 \end{cases}$			大于小的 小于大的
$\begin{cases} x > 4 \\ x < 3.5 \end{cases}$			大于大的 小于小的

【即学即练】

1. 如图，数轴上公共部分表示的是某个关于 x 的一元一次不等式组的解集，那么这个不等式组可以是

()



A.
$$\begin{cases} x > -2 \\ x < 2 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x < 2 \\ x \leq -2 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x \leq -2 \\ x < 2 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x < -2 \\ x < 2 \end{cases}$$

知识点 02 一元一次不等式组的解法

1. 解一元一次不等式组的一般步骤：

(1) 求出不等式组中各个不等式的**解集**，并分别在数轴上表示出来；

(2) 确定各个不等式的解集的**公共部分**，得到不等式组的**解集**；

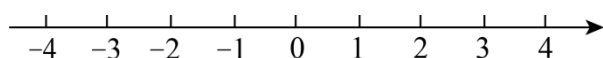
2. 不等式组的整数解；

在不等式组解集范围内的整数值叫作不等式组的**整数解**。

【即学即练】

1. 解不等式组：

$$\begin{cases} 4x - 2(x - 1) < 4 \\ \frac{x - 1}{2} \leq \frac{2x}{3} \end{cases}$$
 ，并把解集在数轴上表示出来。



2. 解不等式组：
$$\begin{cases} x+3 > 2x \textcircled{1} \\ \frac{1-3x}{4} \leq 2+x \textcircled{2} \end{cases}$$
，并求它的非负整数解。

知识点 03 一元一次不等式组的实际应用

应用一元一次不等式组解决问题的步骤：

- ① **分析题意**，寻找表示（不等）数量关系；
- ② **思考探索**，列出一元一次不等式（组）；
- ③ **求出解集**，解不等式组；
- ④ **确定答案**，根据具体要求确定答案，从而解决实际问题。

【即学即练】

1. 为了丰富学生的课余生活，某校计划购买一批篮球和足球。已知购买 2 个篮球和 1 个足球共需 320 元；购买 3 个篮球和 2 个足球共需 540 元。
- (1) 求每个篮球和每个足球的售价；
- (2) 该校计划购买篮球和足球共 50 个，总费用不超过 5500 元，那么最少需要购买多少个篮球？
- (3) 在 (2) 的条件下，若购买足球的数量不少于篮球数量的 $\frac{1}{2}$ ，请直接写出最省钱的购买方案。

题型精讲

题型 01 不等式组及其解集

【典例 1】直接写出不等式组的解集：

(1) $\begin{cases} x > 3 \\ x < 8 \end{cases}$ _____；(2) $\begin{cases} x \leq -6 \\ x > -6 \end{cases}$ _____；(3) $\begin{cases} x < -1 \\ x > 3 \\ x > 2 \end{cases}$ _____。

【变式 1】下列不等式组中，属于一元一次不等式组的是 ()

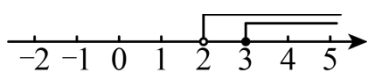
A. $\begin{cases} x+1 > 0 \\ y-1 < 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 2x-3 > 0 \\ x < -3 \end{cases}$

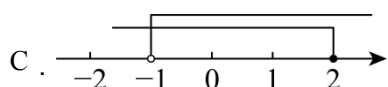
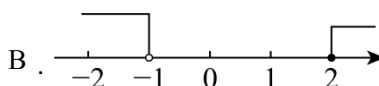
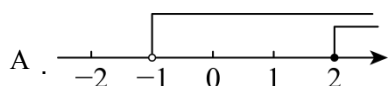
C. $\begin{cases} 3x > 0 \\ \frac{1}{x} + 1 > 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 3x-2 > 0 \\ (x-2)(x+3) < 0 \end{cases}$

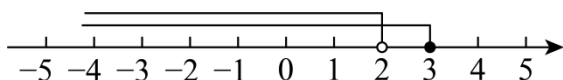
【变式2】关于 x 的不等式组中，两个不等式的解集如图所示，则这个不等式组的解集是_____。



【变式3】不等式组 $\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x-2 < 0 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



【变式4】已知一个不等式组的解集在数轴上如图所示，则该不等式组的解集为 ()



A. $x < 2$

B. $x \leq 3$

C. $x > 2$

D. $2 < x \leq 3$

题型 02 一元一次不等式组的解法

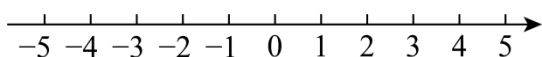
【典例1】解不等式组 $\begin{cases} -3(x-2) \geq 4-x \\ \frac{1+2x}{3} - 1 < x \end{cases}$ ，并把它的解集在数轴上表示出来。

【变式1】解不等式组： $\begin{cases} 2x+1 \leq 5(x-1) \\ \frac{x}{2} - \frac{x+1}{3} > 1 \end{cases}$ 。

【变式2】解不等式组 $\begin{cases} \frac{x-3}{2} + 3 \geq x & \text{①} \\ 1-3(x-1) < 8-x & \text{②} \end{cases}$ ，并将解集在数轴上表示出来。

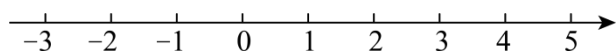
【变式3】解不等式组： $\begin{cases} 4x+1 \leq 2(x-1) & \text{①} \\ \frac{x-3}{2} - x \leq -2 & \text{②} \end{cases}$

【变式4】解不等式组： $\begin{cases} 3x-2(x-1) \leq 4 \\ \frac{1-x}{2} > 1 - \frac{2x+1}{3} \end{cases}$ ，并把解集表示在如图所示的数轴上。



题型 03 一元一次不等式组的整数解

【典例 1】解不等式组 $\begin{cases} 3x+3 > 5(x-1) \\ -\frac{4}{3}x-2 \leq \frac{6+2x}{3} \end{cases}$ ，将解集在数轴上表示出来，并写出它的所有整数解。



【变式 1】不等式组 $\begin{cases} x+1 < 2x-1 \\ 4x+5 > 2(x+1) \end{cases}$ 的整数解有 ()

- A. 5 个 B. 4 个 C. 3 个 D. 2 个

【变式 2】一元一次不等式组 $\begin{cases} 3x+5 < 2 \\ \frac{x-2}{4} > -1 \end{cases}$ 的最小整数解是 ()

- A. -1 B. 2 C. 1 D. 0

【变式 3】求不等式组： $\begin{cases} 2x-1 < \frac{3(x-4)}{5} \text{ ①} \\ \frac{2x-1}{3} \leq \frac{x}{2}-1 \text{ ②} \end{cases}$ 的所有整数解的和。

【变式 4】解不等式组： $\begin{cases} 2x-1 \leq x+1 \\ 3x-5 < 2(2+3x) \end{cases}$ ，并写出满足不等式组的整数解。

题型 04 根据不等式组的解集求参数的取值范围

【典例 1】已知不等式组 $\begin{cases} x-a > 0 \\ 2x < 5 \end{cases}$ 有且仅有一个整数根 $x=2$ ，则 a 的取值范围是_____。

【变式 1】如果不等式组 $\begin{cases} x-1 < 2x-3 \\ x > m \end{cases}$ 的解集为 $x > 2$ ，那么 m 的取值范围是 ()

- A. $m < 2$ B. $m \leq 2$ C. $m = 2$ D. $m \geq 2$

【变式 2】关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x-1 < 11 \\ x+1 < a \end{cases}$ 的解为 $x < 6$ ，则 a 的取值范围为_____。

【变式 3】若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} \frac{x-2}{4} < \frac{x-1}{3} \\ 4x-m \leq 4-x \end{cases}$ 恰有 2 个整数解，则所有符合条件的整数 m 的和为 ()

A . 0

B . -3

C . -7

D . -10

【变式4】若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x - a < 8 \\ \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \leq \frac{1}{6} \end{cases}$ 有且只有4个整数解，则 a 的取值范围是 ()

A . $-2 < a \leq 4$

B . $-2 \leq a < 4$

C . $2 \leq a < 4$

D . $2 < a \leq 4$

题型 05 方程组和不等式组的综合题

【典例1】若关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} x + 2y = 3k - 1 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$ 的解满足 $0 < x + y < 4$ ，则 k 的取值范围是_____。

【变式1】已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 5x + y = m + 1 \\ x - 3y = 2m \end{cases}$ 的解满足 $-1 < x + y < 1$ ，则符合条件的所有整数 m 的取值之和为

【变式2】若关于 x, y 二元一次方程组 $\begin{cases} x + 2y = 6 + k \\ 2x - y = 9 - 2k \end{cases}$ 的解满足 $3x + y < 5$ ，则 k 的取值范围是_____。

【变式3】关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 4x - y = 6 \\ x + 2y = m \end{cases}$ 的解满足不等式 $x - y < 5$ ，则 m 的取值范围是_____。

【变式4】若关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 3x + y = 2a + 7 \\ x + y = a + 2 \end{cases}$ 的解都是正数。

(1)求 a 的取值范围；

(2)化简： $|a+1| - |1-a|$ 。

题型 06 一元一次不等式组的实际应用

【典例1】——分配问题

七年级某班部分学生参加端午节包粽子活动，活动结束后把包好的粽子分给这些学生。如果每人分4个，那么余6个；如果前面的学生每人分5个，那么最后1名学生能分到的粽子不少于2个但少于4个。求参加端午节包粽子活动的学生的人数。

【典例 2】——方案选择问题

近年来新能源汽车产业及市场迅猛增长，为了缓解新能源汽车充电难的问题，某小区计划新建地上和地下两类充电桩．已知新建 1 个地上充电桩和 2 个地下充电桩需要 0.8 万元；新建 2 个地上充电桩和 1 个地下充电桩需要 0.7 万元．

- (1)该小区新建 1 个地上充电桩和 1 个地下充电桩各需多少万元？
- (2)若该小区计划用不超过 16.2 万元的资金新建 60 个充电桩，且地下充电桩的数量不少于地上充电桩数量的 2 倍，则共有几种建造方案？并列出所有方案．

【变式 1】社会实践活动中，辅导员组织一批进行游戏，若每组 6 人，还剩余 5 人，若每组 8 人，则有一组不满 3 人，问参加游戏的同学的组数和人数．

【变式 2】某校七年级春游，现有 36 座和 42 座两种客车供选择租用，若只租用 36 座客车若干辆，则正好坐满；若只租用 42 座客车，则能少租一辆，且有一辆车没有坐满，但超过 30 人．已知 36 座客车每辆租金 400 元，42 座客车每辆租金 440 元．

- (1)若只租用 36 座客车需几辆？该校七年级共有多少人参加春游？
- (2)请你通过计算帮该校设计一种最省钱的租车方案．

【变式 3】列方程解决下列问题：

某民营快递公司计划购买 A，B 两种型号的货车搬运货物．每台 A 型货车比每台 B 型货车的载重量少 12 吨，且搬运 120 吨货物所需 A 型货车的台数与搬运 180 吨货物所需 B 型货车的台数相同．

- (1)求 A 型和 B 型货车每台的载重量；
- (2)该公司共采购 27 台这两种型号的货车来搬运一批货物．若一半的货运量用 A 型货车搬运，则剩余 5 吨；另一半的货运量用 B 型货车搬运，则 B 型货车装不满，且采购 A 型货车不少于 15 辆，求该公司有哪几种采购方案．

【变式 4】为了更好治理涪江的水质，遂宁市污水处理公司计划购买 10 台污水处理设备，现有 A、B 两种型号的设备，其中每台的价格、月处理污水量如下表：

	A 型	B 型
价格（万元/台）	m	n

处理污水量 (吨/月)	250	200
---------------	-----	-----

经调查，买一台 A 型比 B 型多 3 万元，买 2 台 A 型比 3 台 B 型少 5 万元；

(1) 求 m, n 的值；

(2) 经预算，购买设备资金不超过 117 万元，且每月要求处理污水不低于 2050 吨，你认为有哪几种购买方案？

(3) 在 (2) 的条件下，为节约资金，请你为公司设计一种最省钱方案。

强化训练

一、单选题

1. 不等式组 $\begin{cases} x+3 > 0 \\ x-2 \leq 0 \end{cases}$ 的解集是 ()

- A. $x < 2$ B. $x > -3$ C. $-3 < x \leq 2$ D. $x \leq 2$

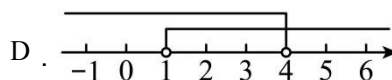
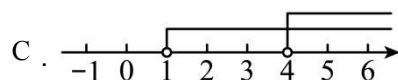
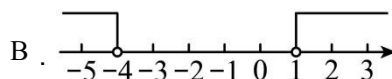
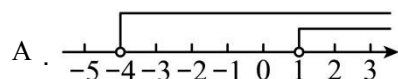
2. 若数 a 使关于 x 的不等式 $5x - 2 < x + a$ 的最小整数解是 $x = 1$ ，则 a 的取值范围是 ()

- A. $-2 < a \leq 2$ B. $a > -2$ C. $a < 2$ D. $a \leq 2$

3. 若不等式组 $\begin{cases} x < 3 \\ x < m-2 \end{cases}$ 的解集为 $x < 3$ ，则 m 的取值范围是 ()

- A. $m < 5$ B. $m \leq 5$ C. $m > 5$ D. $m \geq 5$

4. 不等式组 $\begin{cases} \frac{x+1}{2} > 1 \\ 7x-8 < 9x \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



5. 若干名学生住宿舍，若每间住 4 人，则 2 人无处住；若每间住 6 人，则还有一间不空也不满，若设有 x 间宿舍，则可列不等式组为 ()

- A. $\begin{cases} 4x+2-6(x-1) > 0 \\ 4x+2-6(x-1) < 6 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 4x+2-6(x-1) > 1 \\ 4x+2-6(x-1) < 5 \end{cases}$

$$C. \begin{cases} 4x+2-6(x-2) > 0 \\ 4x+2-6(x-2) < 6 \end{cases}$$

$$D. \begin{cases} 4x+2-6(x-1) > 1 \\ 4x+2-6(x-2) < 5 \end{cases}$$

6. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2(x+1) > -3x+4 \\ x - \frac{x+3}{2} \leq \frac{a}{6} \end{cases}$ 有且只有 2 个整数解，且关于 y 的方程 $4 - ay = 2y + 2$ 的解是整数，

则符合条件的所有整数 a 的和是 ()

A. -6

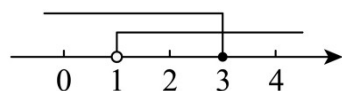
B. -4

C. -3

D. -2

二、填空题

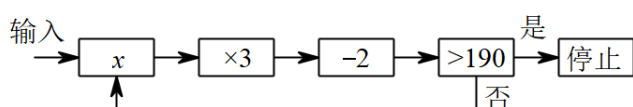
7. 某个不等式组的解集用数轴表示如图. 那么这个不等式的解集是_____.



8. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x \leq m \\ 7 - 2x < 1 \end{cases}$ 有实数解，则 m 的取值范围是_____.

9. 若不等式组 $\begin{cases} \frac{x-1}{3} \leq \frac{x}{2} - 1 \\ x \leq 4m \end{cases}$ 无解，则 m 的取值范围是_____.

10. “输入一个实数 x ，然后经过如图的运算，到判断是否大于 190 为止”叫做一次操作，那么恰好经过两次操作停止，则 x 的取值范围是_____.



11. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x - m > 0 \\ 13 - 2x \leq 1 \end{cases}$ 的所有整数解的和是 15，则 m 的取值范围是_____.

12. 若不等式组 $\begin{cases} x - 3 \\ x < a \end{cases}$ 的解集中的整数和为 -5，则整数 a 的值为_____.

13. 不等式组 $\begin{cases} x - 2 < 0 \\ -4x - 2 \leq 2 \end{cases}$ 的解集为_____.

14. 某超市在元宵节这天对几种零食进行清仓促销. 已知巧克力、薯片和瓜子的成本价分别为 12 元/袋、8 元/袋、6 元/袋，折后售价之比为 10:6:5，白天三种商品销量之比为 1:2:2. 下午六点后，超市进行大促，每种商品都参加“买 4 送 1”活动（即每 5 袋捆绑在一起销售，只付 4 袋的费用）. 截止到营业时间结束时，

三种商品均售出了白天销量的一半，且全天总销量超过 250 袋且不足 350 袋（商品的销量为整数）。已知这天薯片的销售额为 1344 元，则全天的利润为_____元。

三、解答题

15. 利用数轴，求出满足下列各组不等式的 x 值的公共部分。

$$(1) \begin{cases} x > -3 \\ x \leq 4 \end{cases}; \quad (2) \begin{cases} x > -2 \\ x > -1 \end{cases}; \quad (3) \begin{cases} x < 3 \\ x < -1 \end{cases}; \quad (4) \begin{cases} x < -\frac{1}{4} \\ x \geq 1.5 \end{cases}$$

16. 解下列不等式（组）：

$$(1) 2x - 1 > \frac{3x - 1}{2};$$

$$(2) \begin{cases} 2x + 3 > 5 \\ 3x - 2 \leq 4 \end{cases}.$$

17. 解下列不等式（组）：

$$(1) 7x - 2 \leq 9x + 3;$$

$$(2) \begin{cases} 3x + 2 > x \\ \frac{1}{2}x \leq 1 \end{cases}.$$

18. 检测游泳池的水质，要求三次检验的 pH 的平均值不小于 7.2，且不大于 7.8。前两次检验， pH 的读数分别是 7.4，7.9，那么第三次检验的 pH 应该为多少才能合格？

19. 据《2024 中国新能源汽车产业白皮书》显示，激光雷达是整车智能模块的重要组成部分，供应链稳定性直接影响企业产能。某企业旗下智能汽车搭载 $L3$ 级自动驾驶系统，核心部件依赖国产激光雷达。为应对产能现状，企业准备优化以下两款旗舰车型的生产结构：

星曜：专注高速领航功能，每辆需配备 4 枚激光雷达；单台车净利润为 5.2 万元；

雷霆：主打城市智能驾驶，每辆需配备 6 枚激光雷达；单台车净利润为 7.5 万元；

(1) 根据生产日志，6 月份两条产线共交付车辆 150 台，激光雷达使用总量为 840 枚。求出星曜与雷霆的具体产量；

(2) 受产能波动影响，7 月份激光雷达到货量不超过 6 月份。管理层决议：在确保月度利润不低于 6 月份的情况下，为履行采购合同，星曜产量必须比 6 月份增长 50%。求该企业 7 月份雷霆汽车的生产数量。

20. 【综合与实践】阅读下面的素材，完成三个任务.

如何安排销售，使总收益最大		
素材 1	我县某农业合作社种植的仙桃深受消费者喜爱，为拓宽销售渠道，助力乡村振兴，某乡镇帮助农户将 A, B 两个品种的仙桃加工包装成礼盒再出售．已知每件 A 品种仙桃礼盒比 B 品种仙桃礼盒的售价少 20 元，且出售 25 件 A 品种仙桃礼盒和 15 件 B 品种仙桃礼盒的总价共 3500 元．	
素材 2	已知加工 A, B 两种仙桃礼盒每件的成本分别为 50 元、60 元，乡镇计划在某农产品展销活动中售出 A, B 两种仙桃礼盒共 1000 盒，且 A 品种仙桃礼盒售出的数量不超过 B 品种仙桃礼盒数量的 1.5 倍，总成本不超过 54020 元．	
问题解决		
任务 1	确定商品价格	求 A, B 两种仙桃礼盒每件的售价分别为多少元；
任务 2	设计销售方案	求所有的销售方案；
任务 3	求出最大收益及最大收益的销售方案	要使农户收益最大，该乡镇应怎样安排 A, B 两种仙桃礼盒的销售方案？并求出农户在这次农产品展销活动中的最大收益为多少元？