

专题 03 《一次函数》高分突破重难题型

题型归纳

知识点 01：面积问题

知识点 02：等腰三角形和平行四边形的存在性问题

知识点 03：在平面直角坐标系中两角相等问题

知识点 04：在平面直角坐标系中 45° 夹角问题

题型专练

知识点 01：面积问题

1. (24-25 八年级下·上海·期末) 一次函数 $y = \sqrt{3}x + 2$ 的图象与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、 B ，以 AB 为边在

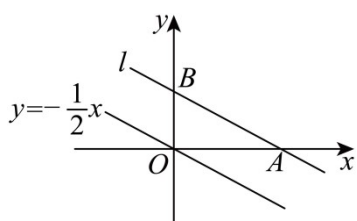
第二象限内作等边 $\triangle ABC$.

(1) 求直线 AC 的函数解析式；

(2) 在直线 AC 上有一点 $P\left(a, \frac{1}{3}\right)$ ，求 $\triangle ABP$ 的面积 .

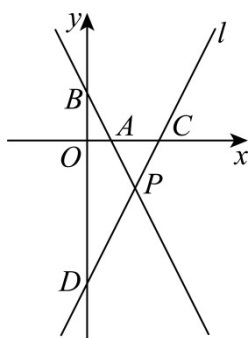
(3) 在 x 轴上是否存在点 M ，使 $\triangle MAB$ 为等腰三角形？若存在，请写出点 M 的坐标；若不存在，请说明理由 .

2. (24-25 八年级下·上海嘉定·期末) 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 $l: y = kx + b$ 与直线 $y = -\frac{1}{2}x$ 平行, 且截距为 3, 分别与 x 轴、 y 轴交于点 A 和点 B .



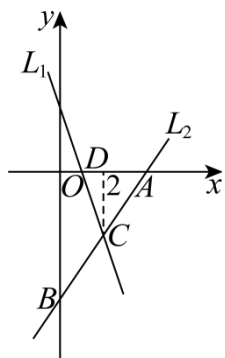
- (1) 求直线 l 的解析式和点 A 的坐标;
- (2) 如果点 C 是线段 AB 上的点, 且 $\triangle AOC$ 的面积为 6, 求点 C 的坐标;

3. (24-25 八年级下·山东临沂·期末) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = 2x - 6$ 交 x 轴于点 C , 交 y 轴于点 D , 点 A , B 的坐标分别为 $(1, 0)$, $(0, 2)$, 直线 AB 与直线 CD 相交于点 P .



- (1) 求直线 AB 的表达式;
- (2) 求点 P 的坐标;
- (3) 若直线 CD 上存在一点 E , 使得 $\triangle BDE$ 的面积是 $\triangle APO$ 的面积的四倍, 求出点 E 的坐标.

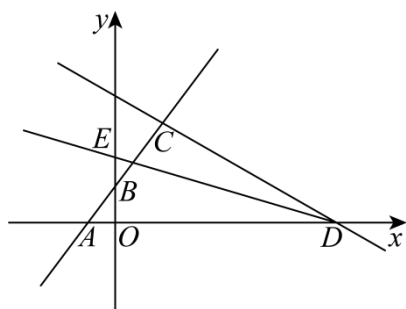
4. (24-25 八年级下·上海闵行·阶段检测) 如图，直线 L_1 的解析表达式为： $y = -3x + 3$ ，且 L_1 与 x 轴交于点 D ，直线 L_2 经过点 A 、 $B(0, -6)$ ，直线 L_1 ， L_2 交于点 C ，点 C 的横坐标为 2。



- (1) 点 D 的坐标为_____；直线 L_2 的解析式为_____。
- (2) 在直线 L_1 上有一点 P ，使得 $\triangle ACP$ 与 $\triangle AOB$ 的面积相等，求出点 P 的坐标。
- (3) 点 M 在直线 L_1 ，点 N 在 y 轴上，若点 M 、 N 、 A 、 C 构成平行四边形，直接写出点 M 的坐标。

知识点 02：等腰三角形和平行四边形的存在性问题

1. (25-26 八年级上·上海·期末) 如图，在平面直角坐标系中，直线 $y = x + 2$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点，与直线 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 相交于点 $C(2, c)$ 。



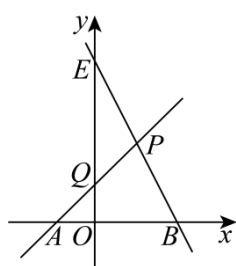
(1) 求 b 和 c 的值；

(2) 若直线 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 与 x 轴相交于点 D ，

① 若 DE 平分 $\angle ADC$ ，且交 y 轴于点 E ，求直线 DE 的表达式；

② 点 P 在 x 轴上，若 $\triangle APC$ 为等腰三角形，求点 P 的坐标。

2. (24-25 八年级下·上海宝山·阶段检测) 如图，已知直线 AQ 与 x 轴负半轴交于点 A ，与 y 轴正半轴交于点 Q ， $\angle QAO = 45^\circ$ ，直线 AQ 在 y 轴上的截距为 2，直线 $BE: y = -2x + 8$ 与直线 AQ 交于点 P 。



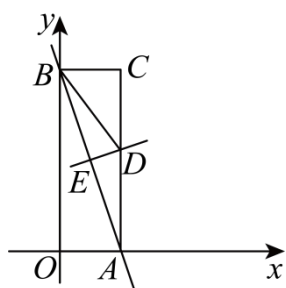
(1) 求直线 AQ 的解析式；

(2) 在平面直角坐标系中，有一点 F ，使得四边形 $BPFO$ 是直角梯形，求点 F 的坐标。

(3) 若点 C 在 y 轴负半轴上，点 M 在直线 PA 上，点 N 在直线 PB 上，是否存在以 Q 、 C 、 M 、 N 为顶点的四

边形是菱形，若存在请求出点 C 的坐标；若不存在请说明理由．

3. (24-25 八年级下·上海长宁·期末) 如图，在直角坐标平面内，点 O 是坐标原点，直线 $y = -3x + 6$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、 B ，过点 A 作 $CA \perp x$ 轴，垂足为 A ，过点 B 作 $CB \perp y$ 轴，垂足为 B ，两条垂线交于点 C ．



(1) 填空：线段 AC, BC, AB 的长分别是 $AC = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $BC = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $AB = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 折叠 $\triangle ABC$ ，使点 A 与点 B 重合，折痕 DE 交 AC 于点 D ，交 AB 于点 E ．

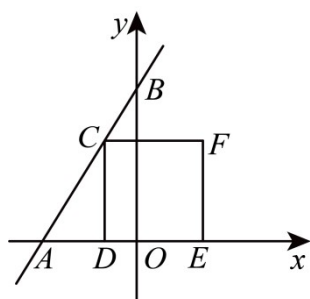
① 求点 D 的坐标；

② 若经过点 D 的双曲线 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 与线段 BC 交于点 F ，那么在坐标平面内是否存在点 P ，使得四边形

$ADFP$ 是以 DF 为底的等腰梯形？如存在，请直接写出符合条件的点 P 坐标；如不存在，请说明理由．

4. (24-25 八年级下·上海宝山·期末) 在平面直角坐标系 xOy 中，已知直线 $y = \frac{3}{2}x + 6$ 与 x 轴交于点 A ， y 轴

交于点 B ，点 C 在射线 AB 上（不与点 A 重合），点 D 、 E 在 x 轴上（点 D 在点 E 左侧），四边形 $CDEF$ 是正方形。



(1) 当点 C 的横坐标为 -2 时，求直线 AF 的表达式；

(2) 当点 C 在射线 AB 上运动时，设点 C 的横坐标为 t ，用 t 表示点 F 的坐标，判断点 F 是否始终在 (1) 中的直线 AF 上？并说明理由；

(3) 点 G 在 x 轴上，如果四边形 $ABFG$ 是等腰梯形，求点 G 的坐标。

5. (24-25 八年级下·上海奉贤·期中) 如图，直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 3$ 图象与 y 轴、 x 轴分别交于 A 、 B 两点，点

C 、 D 分别是射线 OA 、射线 BA 上一动点（点 C 与点 A 不重合），且 $CD = DA$ 。

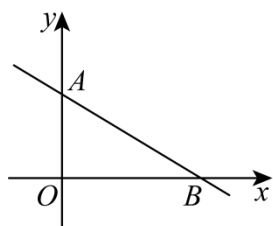


图1

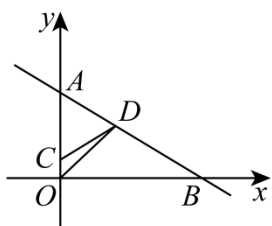


图2

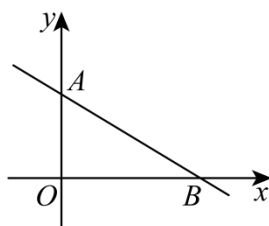


图3

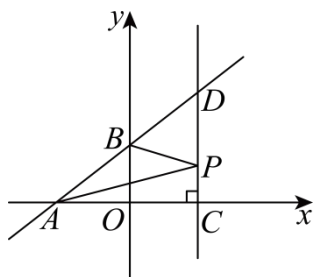
(1) 求点 A 、 B 坐标和 $\angle BAO$ 度数；

(2) 点 C 、 D 在线段 OA 、 AB 上时（不与端点重合），设 OC 的长度为 m ，用含 m 的代数式表示 $\triangle OCD$ 的面积；

(3) 若 E 为坐标平面内的一点，当以 O 、 B 、 D 、 E 为顶点的四边形为菱形时，直接写出 C 的坐标。

6. (24-25 八年级下·上海·阶段检测) 如图，直线 $AB: y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$ 与坐标轴交于 A 、 B 两点，点 C 与点 A

关于 y 轴对称。 $CD \perp x$ 轴与直线 AB 交于点 D 。



(1) 求点 A 和点 B 的坐标；

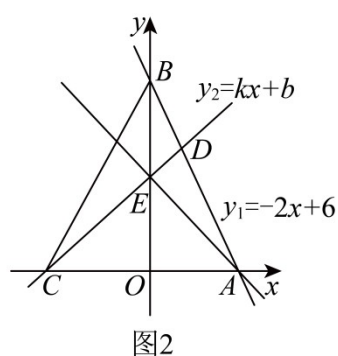
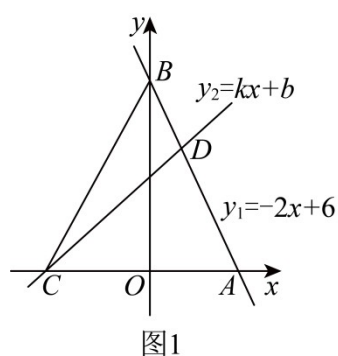
(2) 点 P 在直线 CD 上，且 $\triangle ABP$ 的面积为 $\frac{9}{2}$ ，

① 求出点 P 的坐标；

② 点 Q 为平面内一点，当点 P 在直线 AB 下方时，以点 A 、 B 、 P 、 Q 为顶点的四边形是平行四边形，请直接写出所有符合要求的点 Q 坐标。

知识点 03：在平面直角坐标系中两角相等问题

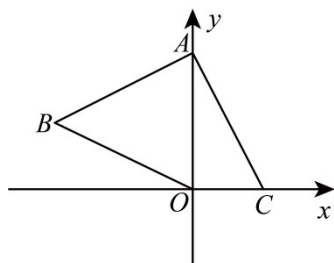
1. (24-25 八年级上·重庆奉节·期末) 如图 1，在平面直角坐标系中，一次函数 $y_1 = -2x + 6$ 的图象与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 和点 B ，点 C 在 x 轴上， $OB = 2OC$ ，一次函数 $y_2 = kx + b (k \neq 0)$ 的图象经过点 C ，且与 $y_1 = -2x + 6$ 的图象交于点 $D(m, 4)$ ，连接 BC 。



- (1) 求 y_2 的解析式；
- (2) 求 $\triangle BCD$ 的面积；
- (3) 如图 2，直线 CD 交 y 轴于点 E ，作直线 AE ，点 P 为直线 AE 上一动点，当 $\angle ECP + \angle ABE = \angle BED$ 时，请直接写出所有符合条件的点 P 的坐标。

2. (24-25 八年级下·上海·期中) 如图, 已知点 $A(0,4)$, 点 $C(2,0)$, 将直线 AC 绕点 A 顺时针旋转 90° ,

点 C 落在点 B 处,

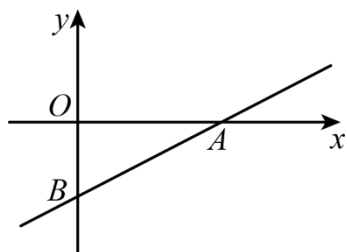


(1) 求点 B 坐标.

(2) 点 M 是 x 轴上一动点 (不与原点重合), 直线 BM 与 BC 的夹角和 $\angle ABO$ 相等, 请直接写出 M 点坐标.

3. (23-24 八年级下·上海闵行·期末) 已知: 如图, 直线 $y = \frac{1}{2}x - 2$ 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B , 在

直线 $x = 2$ 上有一点 P (点 P 在第一象限内), $\triangle PAB$ 的面积与 $\triangle OAB$ 的面积相等.

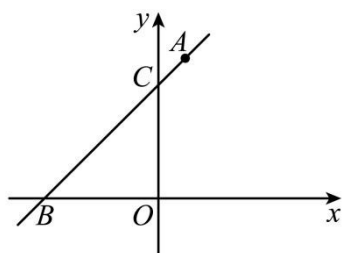


(1) 求点 A 和 B 的坐标;

(2) 求点 P 的坐标;

(3) 直线 $x = 2$ 与 x 轴交于点 C , 点 Q 在线段 AB 上, 且 $\angle CQB = \angle OBA$, 求 Q 点坐标.

4. (24-25 八年级下·上海·阶段检测) 如图，已知一次函数 $y = kx + 3$ 的图像经过点 $A(1, m)$ ，与 x 轴、 y 轴分别相交于 B 、 C 两点，且 $\angle ABO = 45^\circ$.



- (1) 求 m 的值；
- (2) 点 D 在 x 轴上，且 $\triangle ACD$ 的面积是 3，求点 D 的坐标 .
- (3) 在 (2) 的条件下，且点 D 在 x 轴正半轴上，设点 E 为 x 轴上一动点，当 $\angle ADC = \angle ECD$ 时，求点 E 的坐标 .

知识点 04：在平面直角坐标系中 45° 夹角问题

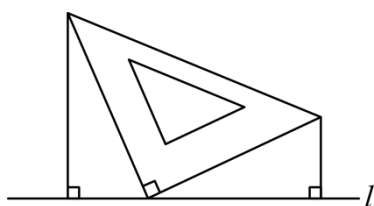
1. (24-25 八年级下·上海黄浦·期中) 探究活动

【模型构建】

如图，将含有 45° 的三角板的直角顶点放在直线 l 上，过两个锐角顶点分别向直线 l 作垂线，这样就得到了

两个全等的直角三角形．由于三个直角的顶点都在同一条直线上，因此我们将其称为“一线三直角”，这模

型在数学解题中被广泛使用．



【模型应用】

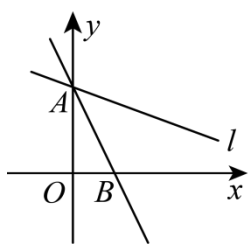


图1

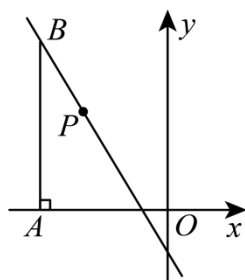


图2

(1) 在平面直角坐标系中，直线 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 与 x 轴， y 轴分别交于 A ， B 两点，以 B 为直角顶点在第

一象限内构造等腰直角 $\triangle ABC$ ，直接写出第三个点的坐标是_；

(2) 如图1，一次函数 $y = -2x + 2$ 的图像与 y 轴， x 轴分别交于 A ， B 两点．将直线 AB 绕点 A 逆时针旋

转 45° 得到直线 l ，求直线 l 对应的函数表达式；

【模型拓展】

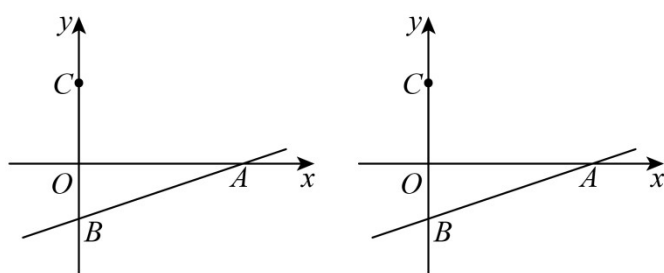
(3) 如图2，点 A 在 x 轴负半轴上， $OA = 8$ ，过点 A 作 $AB \perp x$ 轴交直线 $y = -2x - 3$ 于点 B ， P 是直线

$y = -2x - 3$ 上的动点， Q 是 y 轴上的动点，若 $\triangle APQ$ 是以 P 点为直角顶点的等腰直角三角形，请直接写出

所有符合条件的点 P 的坐标．

2. (24-25 八年级下·上海闵行·期末) 已知，一次函数 $y = \frac{1}{3}x + b$ 的图像与 x 轴相交于点 $A(6, 0)$ ，与 y 轴相

交于点 B ，点 C 在 y 轴的正半轴上， $BC = 5$ ．



(备用图)

(1) 求一次函数的解析式及点 B 与点 C 的坐标；

(2) 如果四边形 $ABCD$ 是等腰梯形，请直接写出点 D 的坐标；

(3) 将直线 AB 绕着点 B 逆时针旋转 45° 后与 x 轴交于点 P ，求点 P 坐标．

3. (24-25 八年级下·上海·期中) 【探索发现】如图 1，等腰直角三角形 ABC 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CB = CA$ ，

直线 DE 经过点 C ，过点 A 作 $AD \perp DE$ 于点 D ．过 B 作 $BE \perp DE$ 于点 E ，则 $\triangle BEC \cong \triangle CDA$ ．

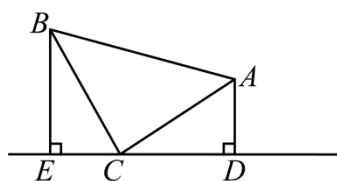


图1

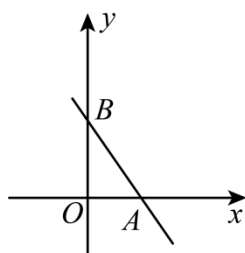


图2

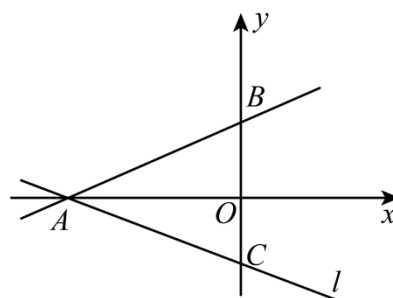


图3

【迁移应用】如图2，直线 $y = kx + 2$ 的图像与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点。

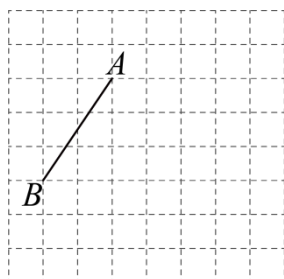
(1) 当直线 $y = 6$ 上存在一点 F ，且点 F 在第一象限，使得 $\triangle ABF$ 为等腰直角三角形，请直接写出点 F 的坐标

及相应的 k 的值；

(2) 如图3，当 $k = \frac{1}{2}$ 时，直线 l 经过点 A ，与 y 轴负半轴交于点 C ，且 $\angle BAC = 45^\circ$ ，求直线 l 的表达式。

4. (24-25 八年级下·上海浦东新·期中) 解决以下问题：

(1) 借助网格，用无刻度直尺作 $\angle ABC = 45^\circ$ ；



(2) 如图，直线 $y = -x + 6$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 C 和点 B ，点 A 在 x 轴负半轴，且 $OB = 2OA$ 。

① P 为线段 AB 上一个动点，若 $S_{\triangle ABC} = 3S_{\triangle BCP}$ ，求此时点 P 的坐标；

② 在①的条件下， Q 为直线 BC 上的一个动点，连接 PQ ，若 $\angle BPQ = 45^\circ$ ，求 Q 点的坐标。

