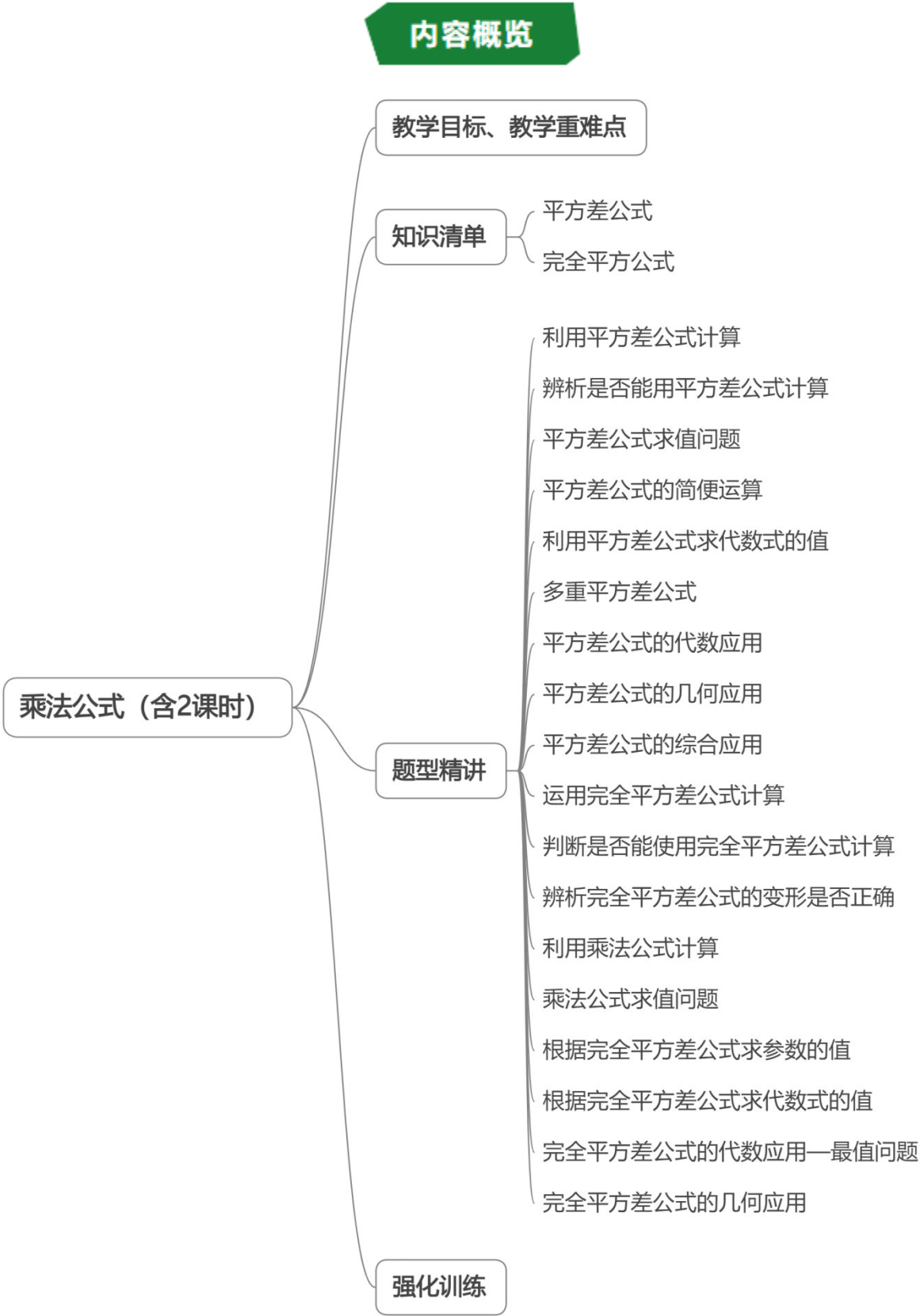


专题 11.4 乘法公式(含 2 课时)



教学目标、教学重难点

教学目标	1. 了解平方差公式、会用平方差公式进行运算； 2. 平方差公式的应用； 3. 了解完全平方公式、会用完全平方公式进行运算； 4. 完全平方公式的应用。
教学重难点	1.重点 (1) 运用平方差公式、完全平方公式运算，含简便运算； (2) 根据乘法公式求值、求参数值、求代数式的值等； (3) 乘法公式的几何应用。 2.难点 (1) 有关乘法公式的化简、变形等问题；整体思想、构造思想等； (2) 乘法公式的综合应用。

知识清单

知识点 1 平方差公式

1.思考

$(a+b)(a-b)$ 的结果有什么特征?

$(a+b)(a-b)=a^2-ab+ab-b^2=a^2-b^2$,即两个数的和与这两个数的差的乘积等于这两个数的平方的差.

平方差公式： $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$.

2.思考

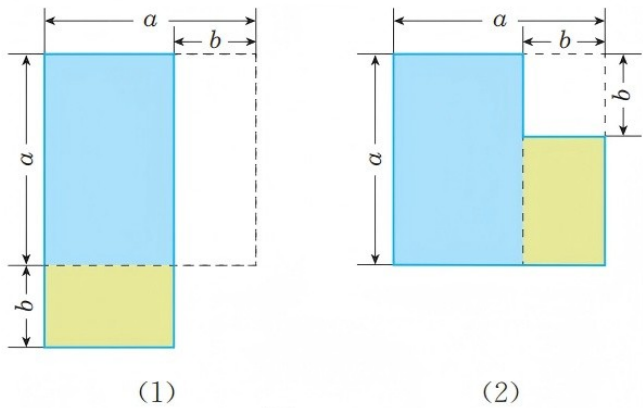


图 11-2-1

分别计算图 11-2-1(1)(2)中涂色组合图形的面积，你能从中发现平方差公式吗？

满足平方差公式特征的整式乘法，可以用平方差公式直接写出运算结果。

要点：

在这里， a, b 既可以是具体数字，也可以是整式。

抓住公式的几个变形形式利于理解公式。但是关键仍然是把握平方差公式的典型特征：既有相同项，又有“相反项”，而结果是“相同项”的平方减去“相反项”的平方。常见的变式有以下类型：

(1) 位置变化：如 $(a+b)(-b+a)$ 利用加法交换律可以转化为公式的标准型

(2) 系数变化：如 $(3x+5y)(3x-5y)$

(3) 指数变化：如 $(m^3+n^2)(m^3-n^2)$

(4) 符号变化：如 $(-a-b)(a-b)$

(5) 增项变化：如 $(m+n+p)(m-n+p)$

【即学即练】

1. 计算：

$$(1) \left(x - \frac{1}{2}\right) \left(x + \frac{1}{2}\right) ;$$

$$(2) (0.1-x)(0.1+x) ;$$

$$(3) (x+y)(-y+x) ;$$

$$(4) (2+3a)(3a-2) .$$

2. 计算：

$$(1) (5+a)(5-a) ;$$

$$(2) (2mn-3)(2mn+3) ;$$

$$(3) \left(\frac{1}{3}x - y\right) \left(-\frac{1}{3}x - y\right) ;$$

$$(4) (a^2+1)(a+1)(a-1) .$$

3. 用简便方法计算：

$$(1) 9.9 \times 10.1 ;$$

$$(2) 2025^2 - 2024 \times 2026 .$$

4. 下列各式可以用平方差公式计算的是 ()

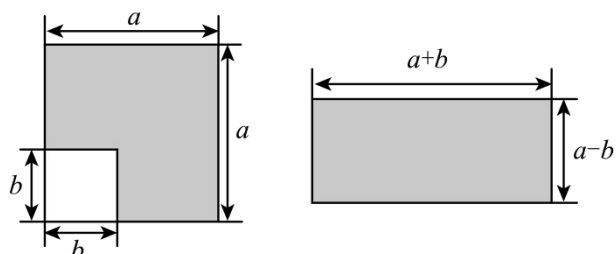
A. $(-x+2)(x-2)$

B. $(x+2)(x-2)$

C. $(x+2)(x-3)$

D. $(x-2)(x-2)$

5. 如图，将分割的正方形阴影部分拼成长方形的方案中，可以验证哪个公式_____。（请用含 a, b 的等式表示）



知识点 2 完全平方公式

1.思考

$(a+b)^2$ 和 $(a-b)^2$ 的结果有什么特征?

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2,$$

即两数和(或差)的平方，等于这两个数的平方的和，加上(或减去)这两个数的积的两倍.

完全平方公式： $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ； $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

2.思考

你能分别根据图 11-2-2(1)(2)中涂色组合图形的面积计算发现两个完全平方公式吗?

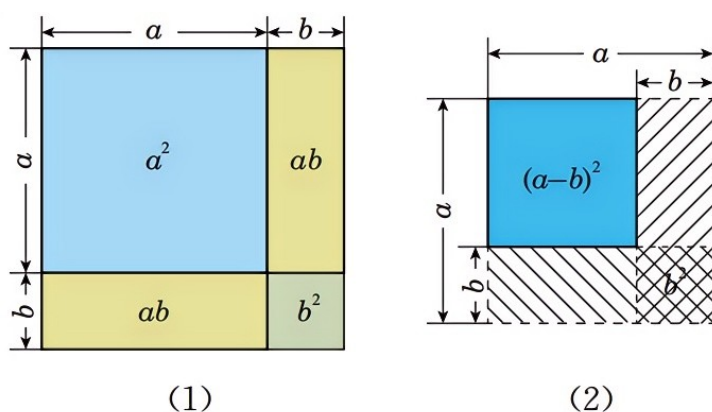


图 11-2-2

对于满足完全平方公式特征的整式乘法，可以利用完全平方公式直接写出运算结果.平方差公式与完全平方公式是常用的乘法公式.

要点：

公式特点：左边是两数的和（或差）的平方，右边是二次三项式，是这两数的平方和加（或减）这两数之积的2倍。以下是常见的变形：

$$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab = (a-b)^2 + 2ab$$

$$(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$$

3.补充公式

$$(x+p)(x+q) = x^2 + (p+q)x + pq ; (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3 ;$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 ; (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc .$$

【即学即练】

1. 计算：

$$(1) (x+7y)^2 ;$$

$$(2) (-4a+5b)^2 ;$$

$$(3) (-2m-n)^2 ;$$

$$(4) (2x+3y)(-2x-3y) .$$

2. 运用完全平方公式计算：

$$(1) 50.01^2 ;$$

$$(2) 49.9^2 .$$

3. 先化简，再求值： $(x-2y)^2 + (x-2y)(x+2y)$ ，其中 $x=2$ ， $y=-1$ 。

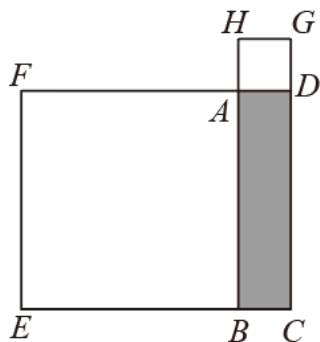
4. 下列不能用完全平方公式计算的是（ ）

A. $(x-2y)^2$ B. $(-x+y)^2$ C. $x^2 + y^2$ D. $(2x-1)^2$

5. 若代数式 $x^2 - kx + 4$ 是完全平方式，则 k 的值是（ ）

A. -4 B. 0 C. 4 D. ± 4

6. 如图，长方形 $ABCD$ 的周长是30cm，以 AB ， AD 为边向外作正方形 $ABEF$ 和正方形 $ADGH$ ，若正方形 $ABEF$ 和 $ADGH$ 的面积之和为153cm²，那么长方形 $ABCD$ 的面积是_____。



题型精讲

题型 01 利用平方差公式计算

【典例 1】 . 利用平方差公式计算：

$$(1) (5+6x)(5-6x) ;$$

$$(2) (x-2y)(x+2y) ;$$

$$(3) (-m+n)(-m-n) .$$

【变式 1】 . 运用平方差公式计算：

$$(1) (3p+5)(3p-5)$$

$$(2) (m-n)(-n-m)$$

$$(3) (4n-3m)(3m+4n)$$

$$(4) (2m-3n)(3n+2m)$$

$$(5) (-2x+3y)(-3y-2x)$$

$$(6) 99\frac{4}{5} \times 100\frac{1}{5}$$

【变式 2】 . 填空：

$$(1) (a+2)(\quad) = a^2 - 4$$

$$(2) (\quad)(5-x) = 25 - x^2$$

$$(3) (2a+4b)(\quad) = 16b^2 - 4a^2$$

$$(4) (x^n + y^n)(\quad) = x^{2n} - y^{2n}$$

$$(5) (\quad)(\quad) = 169x^2 - 196y^2$$

【变式2】 . 利用平方差公式计算 .

(1) 1003×997 .

(2) $14\frac{2}{3} \times 15\frac{1}{3}$.

(3) $2009^2 - 2010 \times 2008$.

题型 05 利用平方差公式求代数式的值

【典例1】 . 若 $a+b=1$, $a-b=2022$, 则 $a^2-b^2=$ _____ .

【变式1】 . 若 $a^2-b^2=4$, 则 $(a+b)^2(a-b)^2$ 的值是 ()

- A . 24 B . 16 C . 8 D . 4

【变式2】 . 已知 $a-b=5$, 则 a^2-b^2-10b 的值为 ()

- A . 5 B . 10 C . 15 D . 25

【变式3】 . 若 $(a^2+b^2+1)(a^2+b^2-1)=35$, 则 $a^2+b^2=$ ()

- A . 3 B . 6 C . ± 3 D . ± 6

题型 06 多重平方差公式

【典例1】 . 计算 $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)$ 的结果是_____ .

【变式1】 . 计算 $(3+2) \times (3^2+2^2) \times (3^4+2^4) \times (3^8+2^8)$ 结果等于 ()

- A . 1 B . $3^{16}-2^{16}$ C . $3^{32}+2^{32}$ D . $3^{32}-2^{32}$

【变式2】 . 式子 $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)\cdots(2^{1024}+1)$ 化简的结果为 ()

- A . $2^{1024}-1$ B . $2^{1024}+1$ C . $2^{2048}-1$ D . $2^{2048}+1$

【变式3】 . 计算 : $\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{2024^2}\right)$

题型 07 平方差公式的代数应用

【典例1】 . 已知 : $M=2008 \times 2009 \times 2010$, $N=2007 \times 2009 \times 2011$, 则 M 、 N 的大小关系是_____.

【变式1】 . 若 $a=2022^0$, $b=2021 \times 2023 - 2022^2$, $c=\left(-\frac{3}{4}\right)^{3022} \times \left(\frac{4}{3}\right)^{3023}$ 则 a , b , c 的大小关系是 ()

- A . $a < b < c$ B . $b < a < c$ C . $c < b < a$ D . $b < c < a$

【变式2】. 对于任何整数 m ，整式 $(4m+5)^2-9$ 都能被 () 整除.

A. 8

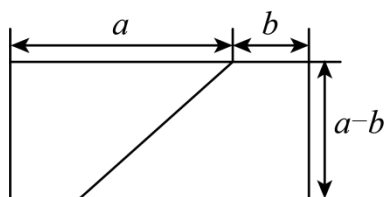
B. m

C. $m-1$

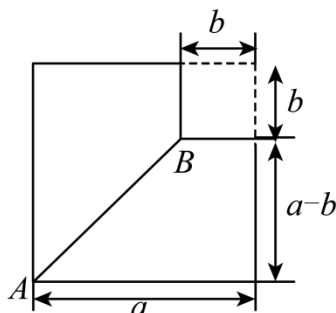
D. $2m-1$

题型 08 平方差公式的几何应用

【典例1】. 根据图①到图②的变化过程可以写出一个整式的乘法公式，这个公式是__.

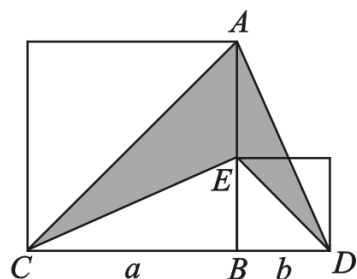


图①

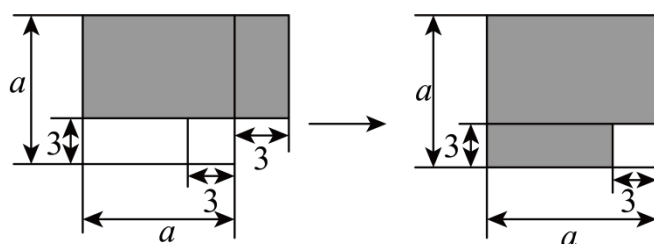


图②

【变式1】. 如图，大正方形与小正方形的边长分别为 a 、 b ，其面积之差是 10，求阴影部分的面积.



【变式2】. 我们可以利用图形的面积解释一些代数恒等式. 如图，能够使用其中阴影部分面积说明的等式是 ()



A. $a(a+9) = a^2 + 9a$

B. $(a+3)(a-3) = a^2 - 9$

C. $(a+3)(a-6) = a^2 - 3a - 36$

D. $(a+3)^2 = a^2 + 6a + 9$

题型 09 平方差公式的综合应用

【典例1】. 从边长为 a 的正方形中剪掉一个边长为 b 的正方形 (如图 1)，然后将剩余部分拼成一个长方形 (如图 2)。

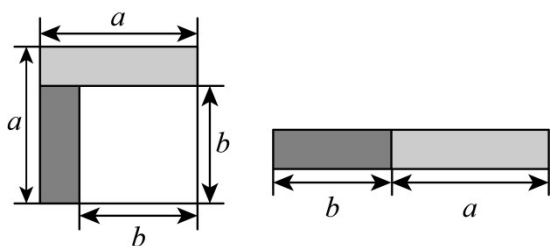


图1

图2

- (1) 上述操作可以得到一个公式：_；
- (2) 利用你得到的公式，计算： $2024^2 - 2023 \times 2025$ ；
- (3) 计算： $3(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$ 。

【变式1】．乘法公式的探究及应用．

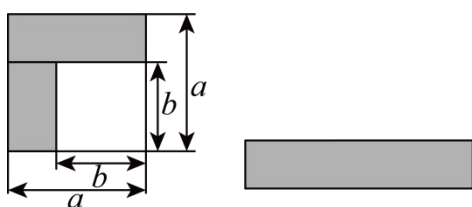


图1

图2

- (1) 如图1，可以求出阴影部分的面积是_____（写成两数平方差的形式）；
- (2) 如图2，若将阴影部分裁剪下来，重新拼成一个长方形，它的面积是_____（用 a, b 表示，并写成整式乘法的形式），
- (3) 比较图1、图2两图的阴影部分面积，可以得到乘法公式_____（用等式表达）。
- (4) 运用你所得到的公式，计算下列各题：
- ① 10.2×9.8 ；
- ② $(m+n-p)(m-n+p)$ 。

【变式2】．从边长为 a 的正方形中剪掉一个边长为 b 的正方形（如图1），然后将剩余部分拼成一个长方形（如图2）。

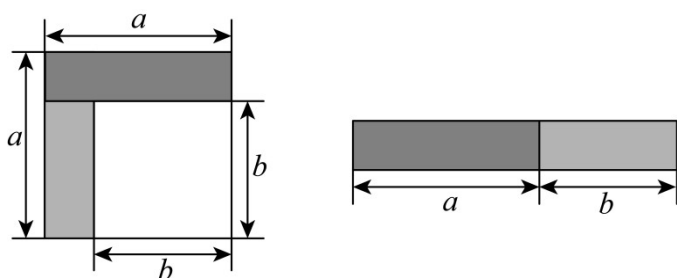


图1

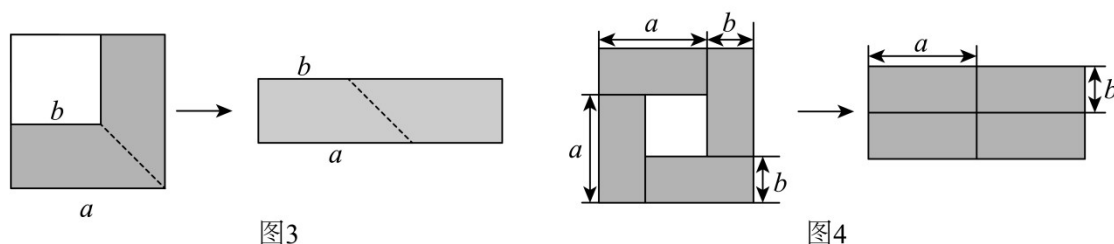
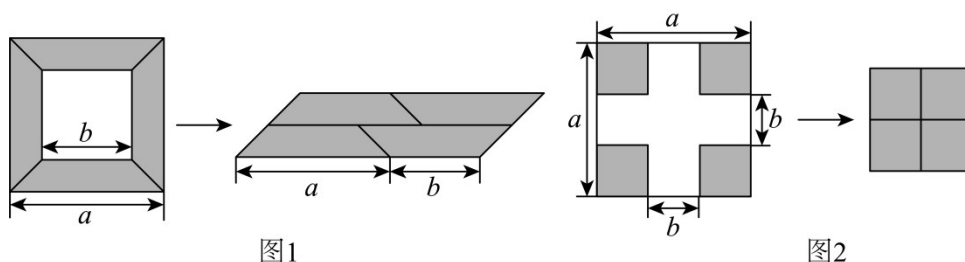
图2

(1) 设图 1 中阴影部分面积为 S_1 ，图 2 中阴影部分面积为 S_2 ，请直接用含 a, b 的代数式表示 $S_1 =$ _____，
 $S_2 =$ _____；写出上述过程所揭示的乘法公式：_____。

(2) 请应用上面的公式完成下列各题：① 若 $9a^2 - 4b^2 = 32$ ， $3a + 2b = 8$ ，则 $3a - 2b =$ _____；

② 计算： $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \times \cdots \times \left(1 - \frac{1}{2025^2}\right)$ 。

【变式 3】 . 某数学兴趣小组在学习了“平方差公式”后，构造了如图 9 的四种图形，想用“等面积法”来验证“平方差公式”：



(1) **【探究】** 以上四种方法中能够验证“平方差公式”的有_____；（填序号）

(2) **【应用】** 利用“平方差公式”计算： $2026^2 - 2022 \times 2030$

(3) **【拓展】** 计算： $\left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2^2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2^4}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2^8}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2^{16}}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2^{32}}\right)$

题型 10 运用完全平方公式计算

【典例 1】 . 计算：

(1) $(2y + 3)^2$ ；

(2) $\left(-\frac{1}{3}a + 2b\right)^2$ ；

(3) $(2a + 3)^2 + (3a - 2)^2$

【变式 1】 . 运用完全平方公式计算：

$$(1)(2a+5b)^2 ;$$

$$(2)(4x-3y)^2 ;$$

$$(3)(-2m-1)^2 ;$$

【变式2】 . 计算：

$$(1)(x+7y)^2 ;$$

$$(2)(-4a+5b)^2 ;$$

$$(3)(-2m-n)^2 ;$$

$$(4)(2x+3y)(-2x-3y) .$$

题型 11 辨析是否能用完全平方公式计算

【典例1】 . 下列整式乘法中，能用完全平方公式计算的是 ()

A . $(a+2)(2-a)$

B . $(-a+b)(a-b)$

C . $(a+1)(a+2)$

D . $(-a-b)(a-b)$

【变式1】 . 下列整式乘法中，能用完全平方公式计算的是 ()

A . $(m-n)(-m-n)$

B . $(m+n)(-m+n)$

C . $(m-n)(-m+n)$

D . $(m+2)(m-1)$

题型 12 辨析完全平方公式的变形是否正确

【典例1】 . 下列计算正确的是 ()

A . $(2a+b)^2 = 4a^2 + b^2$

B . $(5x-2y)^2 = 25x^2 - 10xy + 4y^2$

C . $\left(\frac{1}{2}x-y\right)^2 = \frac{1}{2}x^2 - xy + y^2$

D . $\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{9}$

【变式1】 . $(-2x-3y)^2$ 等于 () .

A . $4x^2 - 12xy - 9y^2 ;$

B . $-4x^2 - 12xy - 9y^2 ;$

C . $4x^2 + 12xy + 9y^2 ;$

D . $4x^2 - 12xy - 9y^2 .$

【变式2】 . 若 $m \neq n$ ，则下列等式：① $(m-n)^2 = (n-m)^2$ ；② $(m-n)^2 = -(n-m)^2$ ；③

$(m+n)(m-n)=(-m-n)(-m+n)$; ④ $(-m-n)^2=-(m-n)^2$. 其中错误的有 ()

- A . 1 个 B . 2 个 C . 3 个 D . 4 个

【变式 3】 . 若 $x \neq y$, 下列等式 : ① $(-x-y)^2=(y+x)^2$ ② $(x-y)^2=-(y-x)^2$ ③ $(y-x)^3=-(x-y)^3$ ④

$(x-y)^3=(y-x)^3$ ⑤ $(-x+y)(-x-y)=x^2-y^2$, 其中错误的有 ()

- A . 0 个 B . 1 个 C . 2 个 D . 3 个

【变式 4】 . $(a+b-c)(-a-b+c)$ 与下列哪个式子相等 ()

- A . $(a+b-c)^2$ B . $-(-a-b+c)^2$ C . $-(a-b+c)^2$ D . $(a-b+c)^2$

题型 13 利用乘法公式计算

【典例 1】 . 计算 :

(1) $\left(a+\frac{1}{2}b\right)^2\left(a-\frac{1}{2}b\right)^2$;

(2) $(-m-3)^2(m-3)^2$;

(3) $(a-b+c)(a+b-c)$;

(4) $(a+b+c)(a-b-c)$.

【变式 1】 . 利用乘法公式计算 :

(1) $(x+1)(x-1)(x^2+1)(x^4+1)$

(2) $(3x+2)^2-(3x-5)^2$

(3) $(x-2y+1)(x+2y-1)$

(4) $(a-3b-2c)(a-3b+2c)$

【变式 2】 . 利用乘法公式计算 :

(1) $500^2-499 \times 501$;

(2) $1005 \times 995-998^2$.

题型 14 乘法公式求值问题

【典例 1】 . 先化简 , 再求值 : $(2x+y)^2+(x-y)(x+y)-5x(x-y)$, 其中 $x=2$, $y=\frac{1}{2}$

【变式1】 . 先化简，再求值： $(x+2y)(x-2y)-(2y-x)^2$ ，其中 $x=2$ ， $y=\frac{1}{2}$.

【变式2】 . 已知 $3y^2-5xy-2=0$ ，求代数式 $(2x-3y)^2-x(3y+4x)$ 的值 .

题型15 根据完全平方公式求参数值

【典例1】 . 若 $x^2+ax+25$ 是完全平方式，则 a 的值可能是（ ）

- A . 5 或 -5 B . 25 C . 10 或 -10 D . 8

【变式1】 . 如果整式 $4x^4+4x^2+M$ 是完全平方式，那么 M 不可能是（ ）

- A . x^6 B . $8x^3$ C . 1 D . 4

【变式2】 . 小明计算一个二项式的平方时，得到正确结果 $a^2-10ab+■$ ，但最后一项不慎被污染了，这一项应是（ ） .

- A . $5b$ B . $5b^2$ C . $25b^2$ D . $100b^2$

【变式3】 . 若 $4y^2-(m+2)y+16$ 可以配成一个完全平方公式，则 m 的值为（ ）

- A . -18 B . ± 18 C . 14 D . 14 或 -18

【变式4】 . 如果 $x^2+2(k-1)x+16$ 是一个完全平方式，那么 k 的值是（ ）

- A . 5 或 -3 B . 3 或 -1 C . -3 D . 3 或 5

【变式5】 . 关于 x 的整式 $9x^2+ax+1$ 是完全平方式，则实数 a 的值是（ ）

- A . 3 B . ± 3 C . ± 6 D . 6

【变式6】 . 若 $x^2+(2m-6)x+16$ 是一个完全平方式，则 m 的值是（ ）

- A . 4 B . -1 或 7 C . -1 或 4 D . 7

【变式7】 . 若 $x^2-3(a+1)x+16$ 是一个完全平方式，则 a 的值为（ ）

- A . $\frac{11}{3}$ 或 $-\frac{5}{3}$ B . $-\frac{11}{3}$ C . $\frac{5}{3}$ D . $-\frac{11}{3}$ 或 $\frac{5}{3}$

题型16 根据完全平方公式求代数式的值

【典例1】 . 已知： $a+b=-1, ab=-6$ ，求下列各式的值：

$$(1)(a-b)^2 ;$$

$$(2)a^2+b^2 .$$

【变式1】 . 若 $x-y=5$, $xy=-4$, 则 x^2+y^2 的值为 ()

A . 21

B . 29

C . 17

D . 33

【变式2】 . 已知 $(x+y)^2=16$, 且 $(x-y)^2=100$, 则 $2xy=$ _____ .

【变式3】 . 已知 $x^2+y^2=25$, $x-y=1$, 求 $x+y$ 的值 .

【变式4】 . 已知 $(a+b)^2=7$, $(a-b)^2=3$, 则 a^2+b^2 与 ab 的值分别是 ()

A . 4、1

B . 2、 $\frac{3}{2}$

C . 5、1

D . 10、 $\frac{3}{2}$

【变式5】 . 对于等式 $(a+b)^2=a^2+b^2$, 甲、乙、丙三人有不同看法, 则下列说法正确的是 ()

甲: 无论 a 和 b 取何值, 等式均不能成立 .

乙: 只有当 $a=0$ 时, 等式才能成立 .

丙: 当 $a=0$ 或 $b=0$ 时, 等式成立 .

A . 只有甲正确

B . 只有乙正确

C . 只有丙正确

D . 三人说法均不正确

题型17 完全平方公式的代数应用-最值问题

【典例1】 . 不论 x 、 y 为什么实数, 代数式 $x^2+y^2+2x-4y+7$ 的值 ()

A . 可为任何实数

B . 不小于7

C . 不小于2

D . 可能为负数

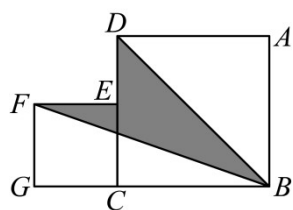
【变式1】 . 实数 a , b , c 满足 $a-2b+c=0$, 则 b^2-ac _____ 0 . (填“>”、“<”、“ ”、“≤”、“=”)

【变式2】 . 已知实数 a , b 满足 $a^2+ab+b^2=1$, 若 $p=ab+2a+2b$, 则 p 的最小值为_____ .

【变式3】 . 不论 a 、 b 为任意有理数, 整式 $a^2+b^2-4a+2b+7$ 的值总是不小于_____ .

题型18 完全平方公式的几何应用

【典例1】 . 如图, 正方形 $ABCD$ 、正方形 $CEFG$ 的边长分别为 a 和 b , 若 $a+b=10$, $ab=8$, 则阴影部分的面积是 ()



A . 38

B . 40

C . 42

D . 44

【变式 1】 . 有两个正方形 A, B , 若将 B 放在 A 的内部, 则得到图 1 , 若将 A, B 并列放置后构成新的正方形, 则得到图 2 . 当图 1 阴影面积为 5 , 正方形 A, B 的面积之和为 17 , 则图 2 阴影面积是 ()

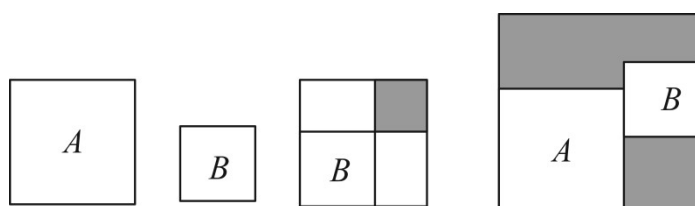


图1

图2

A . 6

B . 7

C . 10

D . 12

【变式 2】 . 图 1 是一个长为 $2m$, 宽为 $2n$ 的长方形, 沿图中虚线用剪刀均分成四块小长方形, 然后按图 2 的方法拼成一个边长为 $(m+n)$ 的正方形 .

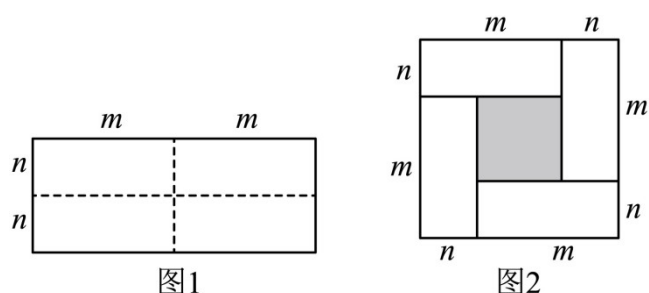


图1

图2

(1) 请用两种不同的方法求图 2 中阴影部分的面积 .

方法 1 : _ ;

方法 2 : _ .

(2) 观察图 2 写出 $(m+n)^2$, $(m-n)^2$, mn 三个代数式之间的等量关系 : _ .

(3) 根据 (2) 中你发现的等量关系, 解决如下问题: 若 $a+2b=8$, $ab=\frac{7}{2}$, 求 $(a-2b)^2$ 的值 .

【变式 3】 . 如图 1 , 有甲、乙、丙三种纸片, 其中甲是边长为 a 的正方形, 乙是长为 a , 宽为 b 的长方形, 丙是边长为 b 的正方形 ($a > b$) .

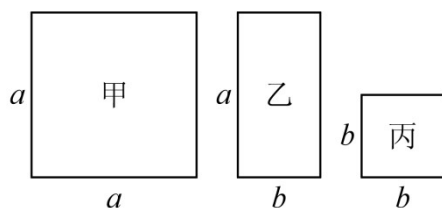


图 1

(1)如图 2，用甲、丙纸片各 1 张，乙纸片 2 张，可以紧密拼接成一个大正方形，请根据图形的面积写出一个乘法公式_____；

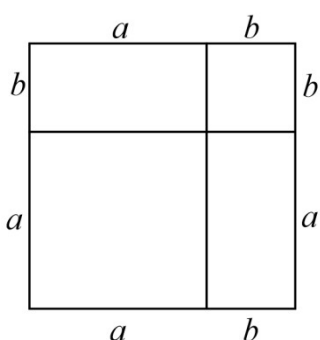


图 2

(2)若要用这三种纸片紧密拼接成一个边长为 $(2a+b)$ 大正方形，则需要取甲、乙、丙纸片各多少张。

强化训练

一、单选题

1. 在下列计算中，不能用平方差公式计算的是 ()

A. $(m-n)(-m+n)$

B. $(x^3-y^3)(x^3+y^3)$

C. $(-a-b)(a-b)$

D. $(c^2-d^2)(d^2+c^2)$

2. 下列计算正确的是 ()

A. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

B. $(b-a)(a+b) = a^2 - b^2$

C. $(a-3)(b+2) = ab - 6$

D. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$

3. 计算 $2021^2 - 2022 \times 2020$ 的结果是 ()

A. 2

B. -2

C. -1

D. 1

4. 给出下列式子：

- ① $(3a+4)(3a-4)=9a^2-4$; ② $(a-2b)^2=a^2-4b^2$
 ③ $(3x-y)(x+y)=3x^2-2xy+y^2$; ④ $(-3a+2)(-3a-2)=9a^2-4$

其中正确的是 ()

- A . ④ B . ③ C . ② D . ①

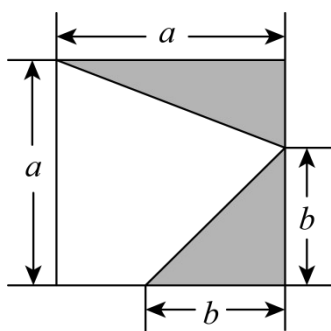
5 . 若 $4y^2-(m+2)y+16$ 可以配成一个完全平方公式，则 m 的值为 ()

- A . -18 B . ± 18 C . 14 D . 14 或 -18

6 . 已知 $a+b+3=0$ ，且 $a-b-4=0$ ，则 $a^2-b^2=$ ()

- A . 12 B . -12 C . 24 D . ± 12

7 . 一个边长为 a 的大正方形与一个直角边长为 b 的等腰直角三角形按如图所示放置，如果 $a-b=2$ ， $ab=26$ ，那么图中阴影部分的总面积是 ()



- A . 15 B . 17 C . 20 D . 22

8 . 已知 $(x-2023)^2+(x-2027)^2=38$ ，则 $(x-2025)^2$ 的值是 ()

- A . 11 B . 13 C . 15 D . 19

二、填空题

9 . 填空

(1) $\left(-3+\frac{a}{2}\right)\left(3+\frac{a}{2}\right)=$ _____ ; (2) $(-3x-5y)(-3x+5y)=$ _____ .

10 . (1) $(x-2y)(2y+x)=$ _____ =_____.

(2) $(2x+1)(2x-1)(4x^2+1)=$ _____ ; .

11 . 若 $(x+1)(x-1)=3$ ，则 $x^2=$ _____ .

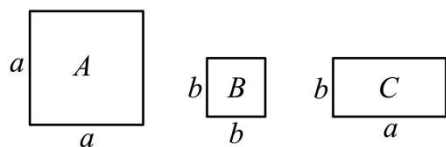
12. 若 $(x+y)^2 = 6$, $xy = 2$, 则 $x^2 + y^2 =$ _____ .

13. 若 $(a+b+c)(a-b+c) = (A-B)(A+B)$, 则 $A =$ _____ , $B =$ _____ .

14. 已知 $a^2 + ab + b^2 = 7$, $a^2 - ab + b^2 = 5$, 则 $(a+b)^2 =$ _____ .

15. 若 a , b 满足 $2a^2 + b^2 + 2ab - 4a + 4 = 0$, 则 $a+3b$ 的值为 _____ .

16. 如图, 有正方形卡片A类9张, B类4张和C类5张, 如果要拼一个边长为 $(3a+2b)$ 的大正方形, 则还需要C类卡片_____张.



三、解答题

17. 计算:

(1) $\left(3a^n + \frac{b}{2}\right)\left(3a^n - \frac{b}{2}\right)$; (2) $\left(\frac{2m}{3} + \frac{3n}{4}\right)\left(-\frac{3n}{4} + \frac{2m}{3}\right)$;

(3) $\left(\frac{x}{4} - \frac{y}{2}\right)\left(-\frac{x}{4} - \frac{y}{2}\right)$; (4) $\frac{2x-3y}{2} \cdot \frac{3y+2x}{3}$;

(5) $(-m^2n+2)(-m^2n-2)$; (6) $(x+1)(x^2+1)(x-1)(x^4+1)$.

18. 运用乘法公式计算:

(1) $\left(a + \frac{1}{2}\right)^2$;

(2) $(7y-2x)^2$;

(3) $\left(-1 + \frac{1}{2}xy\right)^2$;

(4) $(2a-b)^2 - b^2$;

(5) $(-3a-1)^2$.

19. 先化简, 再求值: $(2b+a)(a-2b) - (a-3b)^2 - 13b(a-b)$, 其中 $a = \frac{2}{7}$, $b = \frac{3}{4}$.

20. 先化简, 后求值: $(-m-2n)(m-2n) - (2m-3n)^2 + (m-5n)(5m-n)$, 其中 $m = -1$, $n = 2$.

21. 张老师在黑板上布置了一道题，内容如下：

先化简，再求值： $(2x-y)(2x+y)+y^2$ ，其中 x 是最小的正整数

小红和小彬展开了讨论：



小红

只知道 x 值的相关信息，没有告诉 y 的值，求不出答案。



小彬

这道题与 y 的值无关，可以求出答案。

根据上述条件，请判断谁的说法对？如果小红的说法对，请补充 y 的值，并求出代数式的值；如果小彬的说法对，请求出代数式的值。

22. 已知 $x^2-x-1=0$ ，求下列各式的值。

(1) $x - \frac{1}{x}$.

(2) $x^2 + \frac{1}{x^2}$.

23. 已知： $ab=2$ ， $a+b=4$. 求：

(1) a^2+b^2 的值；

(2) $(a-b)^2$ 的值；

(3) a^4+b^4 的值 .

24. 如图1，是一个长为 $4a$ ，宽为 b 的长方形，将其沿图中虚线剪开，平均分成四个小长方形，然后用四个小长方形拼成如图2的正方形。

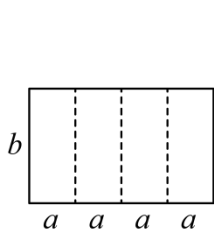


图1

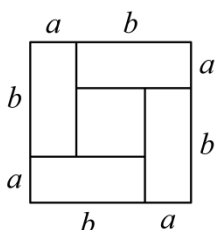


图2

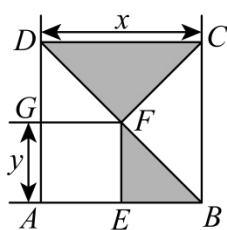


图3

(1) 观察图2，写出 $(a+b)^2$ ， $(b-a)^2$ ， ab 之间的等量关系为_____，

(2) 根据(1)中的结论，回答问题：若 $x+y=10$ ， $xy=16$ ， $x>y$ ，求 $x-y$ 的值；

(3)如图3，正方形 $ABCD$ ， $AEFG$ 的边长分别为 x, y ，若 $x^2 + y^2 = 20$ ， $BE = 2$ ，求图中阴影部分的面积之和。

25. 我国南宋数学家杨辉用三角形解释二项和的乘方规律，称之为“杨辉三角”，这个三角形给出了

$(a+b)^n$ ($n=1, 2, 3, 4, \dots$)的展开式的系数规律（按 n 的次数由大到小的顺序）：

1 1	$(a+b)^1 = a+b$
1 2 1	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
1 3 3 1	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
1 4 6 4 1	$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$
.....	

请依据上述规律，写出 $(x-3)^{2021}$ 展开式中含 x^{2020} 项的系数是_____。

26. 配方法是指将一个式子或一个式子的某一部分通过恒等变形化为完全平方式或几个完全平方式的和的方法。这种方法常常被用到恒等变形中，以挖掘题目中的隐含条件，是解题的有力手段之一。

我们定义：一个整数能表示成 $a^2 + b^2$ (a, b 是整数)的形式，则称这个数为“完全数”。例如，10是“完全数”。理由：因为 $10 = 3^2 + 1^2$ 。再如， $M = x^2 + 2xy + 2y^2 = (x+y)^2 + y^2$ (x, y 是整数)，所以 M 也是“完全数”。

解决问题：

(1) 请你再写一个小于10的“完全数”_____；并判断40是否为“完全数”_____；

(2) 若二次三项式 $x^2 - 4x + 8$ (x 是整数)是“完全数”，可配方成 $(x-m)^2 + n^2$ (m, n 为常数)，则 mn 的值为_____；

探究问题：

(3) 已知“完全数” $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 5$ (x, y 是整数)的值为0，则 $x+y$ 的值为_____；

(4) 已知 $S = x^2 + 4y^2 + 2x - 12y + k$ (x, y 是整数， k 是常数)，要使 S 为“完全数”，试求出符合条件的 k 值。

拓展结论：已知实数 x, y 满足 $-x^2 + 3x + y - 2 = 0$ ，求 $x+y$ 的最小值是_____。