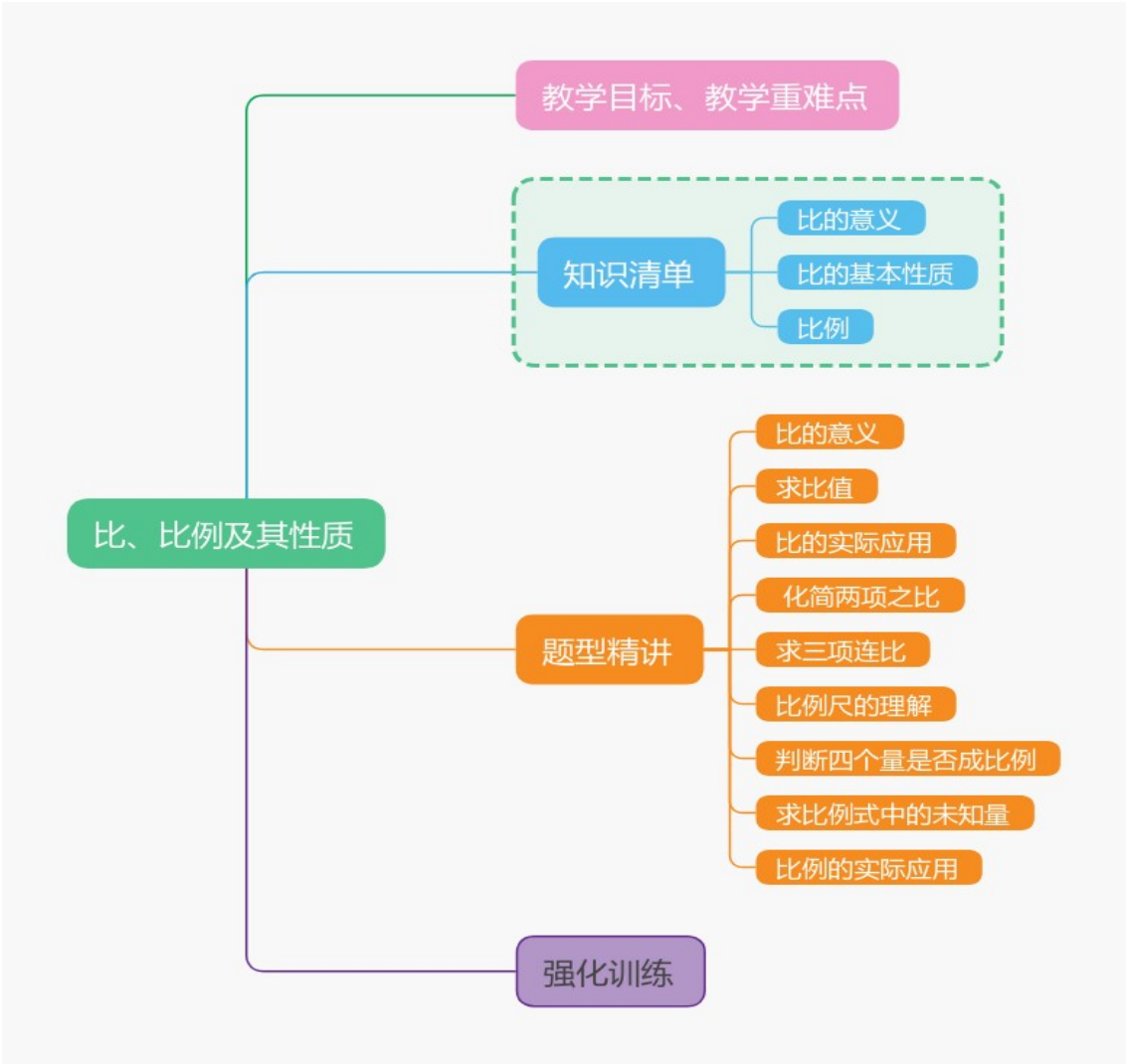


专题 5.1 比、比例及其性质

内容概览



教学目标、教学重难点

教学目标	1.理解比的意义，掌握比的读写方法和各部分名称，理解比与除法、分数的关系，能运用比的意义解决实际问题； 2.理解比的基本性质，运用比的基本性质化简两个数的比、三个数的连比，会求比例尺； 3.理解比例、比例中项等概念，会检判断四个量是否成比例，理解比例的基本性质，
------	--

	会用比例基本性质求比例式中的未知量，能用比例解决工程、行程、浓度、比例尺、按比例分配等简单的实际问题。
教学重难点	1.重点 (1) 比的意义的理解； (2) 比的基本性质的理解； (3) 比例基本性质的理解。 2.难点 (1) 运用比的性质求三连比； (2) 比例的实际应用。

知识清单

知识点 01 比的意义

1. 比的概念：

设 a、b 是两个数或两个量，为了比较 a 和 b，可将 a 与 b 相除，叫作 **a 与 b 的比**。

记作：_____(b≠0)，读作____，或_____。

其中，a 叫作比的_____,b 叫作比的_____,a 除以 b 的商叫作_____。

2. 比与除法、分数间的关系

比的前项相当于分数的_____和除式中的_____；

比的后项相当于分数的_____和除式中的_____；比值相当于分数的值和除式中的_____。

比：前项：后项=比值
分数： $\frac{\text{分子}}{\text{分母}}$ =分数的值
除法：被除数÷除数=商

比	a : b	前项 a	比号 :	后项 b	比 值
除法	a÷b				
分数	$\frac{a}{b}$				

比：前项：后项=比值
分数： $\frac{\text{分子}}{\text{分母}}$ =分数的值
除法：被除数÷除数=商

【即学即练】

1. 填空题：

- (1) 两个数_____又叫做两个数的比，比的后项不能为_____；
- (2) 在“6:12”中，前项是_____，后项是_____，比值是_____；
- (3) $\frac{3}{7}$ 可以读作_____，也可以表示_____：_____；
- (4) 求比值：0.8:0.4=_____，15:25=_____.

知识点 02 比的基本性质

1. 分数的基本性质： $\frac{a}{b} = \frac{am}{bm} = \frac{a \div m}{b \div m}$ ($b \neq 0, m \neq 0, n \neq 0$).

2. 比的基本性质：比的前项和后项同时乘或除以一个不为零的数，比值_____。

$$a:b=am:bm=(a \div n):(b \div n) \quad (b \neq 0, m \neq 0, n \neq 0).$$

3. 最简整数比：最简整数比是指比的前项与后项都是_____，且它们_____运算结果中，比一般需要化为最简整数比。

4. 比例尺：我们把_____和_____之比称为这幅图的“**比例尺**”，也就是

$$\text{图上距离}:\text{实际距离}=\text{比例尺}$$

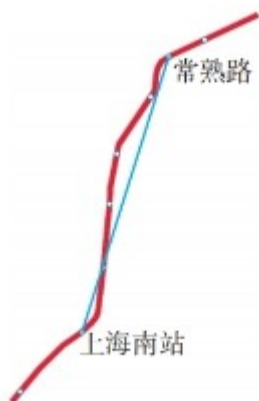
5. 三项比的基本性质是 $a:b:c=am:bm:cm=(a \div n):(b \div n):(c \div n)$ ；

【即学即练】

1. 化简下列各比：

- (1) $\frac{121}{44}$; (2) 0.65:1.3;
- (3) $1\frac{1}{5}:\frac{3}{4}$; (4) 1.25L:375 mL.

2. 上海轨道交通1号线从上海南站至常熟路站在图上的直线距离为3.4cm,而从上海南站至常熟路站的实际直线距离约为6.8 km.求上海轨道交通1号线从上海南站至常熟路站在图上的直线距离与实际直线距离之比.



3. 把下列各比化为最简整数比：

(1) $15 : 30 : 40$; (2) $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : 46$; (3) $15 \text{ min} : 1.5 \text{ h} : 1 \text{ h } 15 \text{ min}$.

4. 根据下列条件求三项的比

(1) 已知 $a : b = 2 : 3$, $b : c = 3 : 5$. 求 $a : b : c$;

(2) 已知 $a : b = 2 : 3$, $b : c = 4 : 5$. 求 $a : b : c$.

知识点 03 比例

1. 比例的意义

在 a 、 b 、 c 、 d 四个量中，如果_____，那么就说 a 、 b 、 c 、 d 成比例.

特别地，当 $b=c$ 时，即_____ (或 _____) 成立，那么把 b 叫作 a 和 d 的**比例中项**.

2. 比例的基本性质是：

如果 $a : b = c : d$ 或 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ，那么 $ad = bc$.

反之，如果 b 、 d 都不为 0 且 $ad = bc$ ，那么 $a : b = c : d$ 或 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

简称：两个**外项的积**等于两个**内项的积**

【即学即练】

1. 判断 30、25、12、10 这四个数成比例吗？请说明理由.

2. 利用比例的基本性质求下列各式中的 x .

$$(1) 4 : x = \frac{3}{2} : 2$$

$$(2) \frac{x}{20} = \frac{11}{4}$$

题型精讲

题型 01 正确理解比的意义

【典例 1】 一个比的前项是 $\frac{3}{5}$ ，后项是 $\frac{2}{3}$ ，这个比的比值是_____.

【变式 1】 一个比的后项是 12，比值是 $\frac{3}{4}$ ，这个比的前项是_____.

【变式 2】 $9 : (\quad) = \frac{3}{5} = (\quad) : 20 = \frac{24}{(\quad)} = (\quad)$ (填小数)，填空依次为(), (), (), ().

【变式 3】 已知线段 AB 的长度是线段 CD 长度的 3 倍，则 $AB : CD$ 的值是_____.

【变式 4】 a 、 b 两个数， b 比 a 多 $\frac{1}{5}$ ， a 与 b 的比是()， a 比 b 少() (填分数) .

题型 02 求比值

【典例 1】 求比值 .

$$(1) 0.4 : 20 ; (2) \frac{6}{7} : 0.75 ; (3) \frac{2}{3} : \frac{3}{4} ;$$

【变式 1】 求比值 .

$$(1) 13 : 39 ; (2) \frac{1}{4} : \frac{1}{6} ; (3) \frac{1}{2} : 0.6$$

【变式2】 化简比并求出比值。

(1) 50kg:0.2t

(2) 0.3吨:150千克

【变式3】 一个比的比值是 $\frac{2}{3}$ ，如果它的前项乘 $\frac{1}{3}$ ，后项不变，则比值变为()。

A. $\frac{2}{9}$

B. $\frac{2}{3}$

C. 2

D. $\frac{9}{2}$

【变式4】 甲数比乙数少四分之一，乙数与甲数之比是()

A. 5:4

B. 4:3

C. 3:4

题型 03 比的实际应用

【典例1】 录入同一份稿件，王芳用了10分钟，李明用了8分钟。王芳和李明两人录入这份稿件打字速度比是_____。

【变式1】 一项工作，甲单独做需要9天完成，乙需要12天完成，甲乙的工作效率比是_____。

【变式2】



13.2元3千克



11.4元2千克



25.2元4千克

(1) 分别写出三种水果的总价与质量的比，并求出比值。

(2) 哪种水果最便宜？

【变式3】 许多食物的钙含量很高，如菠菜、鲫鱼、牛奶、豆腐等。根据表格提供的信息，判断：这四种食物中，哪种食物的钙含量最高？哪种食物的钙含量最低？(mg 表示质量单位毫克，1000 mg = 1g.)

食物钙含量表

食物名称	钙含量	参考重量
菠菜	66 mg	100g
鲫鱼	16g	20000g
牛奶	226 mg	200g
豆腐	390 g	500000g

题型 04 根据比的基本性质（化简）两项之比

【典例 1】化简下面各比。

- (1) $80:52$; (2) $\frac{3}{2}:\frac{3}{7}$; (3) $5.6:4.2$; (4) $200\text{cm}:6\text{m}$

【变式 1】化简比

- (1) $\frac{3}{5}:\frac{3}{7}$; (2) $\frac{3}{7}:\frac{5}{14}$

【变式 2】化简下列式子

- (1) $3.2:0.16$; (2) $0.75:2$

【变式 3】化简比并求比值。

- (1) $500\text{克}:\frac{2}{5}\text{千克}$; (2) $20\text{dm}:\frac{1}{3}\text{cm}$

【变式 4】小丽调制了两杯蜂蜜水，甲杯用了 25 毫升蜂蜜和 200 毫升水，乙杯用了 30 毫升蜂蜜和 120 毫升水。

- (1) 甲乙两杯蜂蜜水的蜂蜜和水的比分别是多少？
(2) 哪杯蜂蜜水更甜？

题型 05 求三项连比

【典例 1】 已知 $a:b=0.4:0.7$ ， $b:c=2\frac{4}{5}:\frac{1}{2}$ ，求 $a:b:c$ 的最简整数比。

【变式 1】 把下列各比化为最简整数比： $180\text{cm}:1\frac{1}{5}\text{m}:9.6\text{dm}$ 。

【变式 2】 已知 $a:b=\frac{1}{2}:\frac{1}{3}$ ， $b:c=1.2:0.4$ ，求最简整数比 $a:b:c$ 。

【变式 3】 已知 $\frac{1}{3}a=20\%b$ ， $c:b=\frac{3}{20}:25\%$ ，求 $a:b:c$ 。

【变式 4】 已知 $a:c=2.8:\frac{21}{10}$ ， $\frac{4}{5}b=1.2c$ ，求 $a:b:c$ 。

题型 06 求比例尺

【典例 1】 在一幅地图上，用长为 3 厘米的线段表示实际距离 900 千米。

(1) 这幅地图的比例尺是多少？

(2) 在这幅地图上量得甲、乙两地之间的距离是 2.5 厘米，甲、乙两地的实际距离是多少千米？

(3) 有一条长是 480 千米的高速公路，在这幅地图上的长是多少厘米？

【变式 1】 甲、乙两地实际相距 100m，在地图上，用 5cm 表示这两地的距离，那么这幅地图的比例尺是_____。

【变式 2】 在一幅地图上，用 3 厘米表示实际距离 150 千米，这幅地图的比例尺是 ()

A . 1:50 B . 1:5000 C . 1:50000 D . 1:5000000

【变式 3】 实际生产和生活中还有一种比例尺很特殊，如 20:1，它表示图上()厘米代表实际距离()厘米，它是把实际距离() (填“放大”或“缩小”)。

【变式 4】 在比例尺为 1:8000 的地图上，量得潢川县彩虹桥长为 5 厘米，一个修桥队 50 天修 0.04 千米，照这样计算，彩虹桥实际竣工还需要多少天？

题型 07 判断四个量是否成比例

【典例 1】 下列每组中的两个比可以组成比例吗？把组成的比例写在括号里。

(1) $\frac{2}{5}:\frac{1}{4}$ 和 $1.6:1$ () (2) 85 和 20.8 ()

【变式 1】 下面两个比可以组成比例的是 ()

A. $1.2:\frac{3}{4}$ 和 $\frac{4}{5}:5$

B. $\frac{5}{8}:\frac{1}{4}$ 和 $\frac{1}{2}:\frac{1}{5}$

C. $20:5$ 和 $1:4$

D. $7.5:1.3$ 和 $5.7:3.1$

【变式 2】 下面的比能与 $\frac{1}{5}:4$ 组成比例的是 ()

A. $5:4$

B. $20:1$

C. $5:\frac{1}{4}$

D. $1:20$

【变式 3】 判断对错：用 6、8、9、10 这四个数可以组成比例。()

【变式 4】 有 2、3、6 三个数，再选取一个数，使得这四个数成比例，这个数不能是 ()

A. 1

B. 4

C. 9

D. 12

题型 08 求比例式中的未知量

【典例 1】 解比例 $4:x = 6:9$ 。

【变式 1】 解下列方程。

(1) $2.4:1.6 = 12:x$

(2) $\frac{1.2}{2.5} = \frac{3}{x}$

(3) $\frac{3}{4}:x = \frac{2}{3} \times \frac{5}{6}$

【变式 2】 如果 4 是 8 和 a 的比例中项，那么 $a =$ _____。

【变式 3】 填空 (1) $2.4:() = 0.3:0.5$ (2) $():\frac{1}{3} = \frac{6}{5}:\frac{1}{2}$

【变式 4】 求未知数 x 。

$\left(1\frac{5}{8}-2x\right):\left(\frac{1}{5}+x\right)=5:8$ 。

题型 09 比例的实际问题——照这样计算

【典例 1】王华 5 天看完一本 115 页的书，照这样的速度，要看 207 页的一本书，需要多少天？（用比例方法解答）

【变式 1】小明家距离外婆家大约有 580 千米，汽车每 100 千米耗油 7.5 升，按这个耗油量，出发时加满 45 升汽油，能到外婆家吗？（用比例知识解答）

【变式 2】将 12 本相同厚度的书叠起来，它们的高度为 30 厘米，如果将 20 本这样的书叠起来，那么新的高度是多少？（用比例方法解题）

题型 10 比例的实际问题——按比例分配

【典例 1】《考工记》中记载了我国古代创制的六种铜锡比例不同的合金成分配比，称之为“六齐”，是中国也是世界上最早的合金配制记载．其中记载制作钟鼎所用的铜和锡的质量之比为 5:1，一位工艺大师按照这种方法制作了一个质量为 180 千克的鼎，这个鼎含铜和锡各多少千克？

【变式 1】我校金螺号校园文化节共有 120 件学生作品获奖，其中五六年级获奖作品共占 $\frac{2}{5}$ ，且五六年级获奖作品数量比为 7:9，五六年级各有多少件作品获奖？

【变式 2】石硫合剂是用石灰、硫磺和水按 1:2:10 的比配制而成的．现在张叔叔要配制这种石硫合剂 32.5kg，张叔叔要准备石灰、硫磺、水各多少千克？

强化训练

1. 在括号内填上适当的数

$$(\quad):8=2 \quad 15:(\quad)=\frac{1}{3}$$

2. 在 $4:8$ 中，4 是比的()项，8 是比的()项，比值是()

3. 下列四组数中，能组成比例的是()

A . 3 , 6 , 7 和 15

B . $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{2}$, 1 和 3

C . 3 , 4 , 5 和 6

D . 2 , 3 , 4 和 8

4 . 下列各组数中 , 不能组成比例的是 ()

A . 2 , 3 , 4 , 6

B . 1 , 2 , 4 , 8

C . 0.1 0.3 0.6 1.8

D . $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$

5 . 白兔比黑兔多 $\frac{3}{8}$, 白兔与黑兔的比是 () .

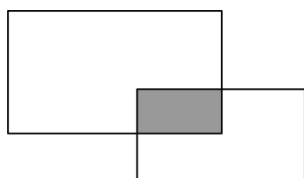
A . 8:3

B . 3:8

C . 11:3

D . 11:8

6 . 如图 , 两个长方形重叠部分的面积相当于大长方形面积的 $\frac{1}{8}$, 相当于小长方形面积的 $\frac{1}{6}$, 则大长方形面积与小长方形面积的比值是 () .



A . $\frac{4}{5}$

B . $\frac{5}{4}$

C . $\frac{3}{4}$

D . $\frac{4}{3}$

7 . $\frac{3}{4}:6$ 的比值是_____ .

8 . 把 11 克盐溶解在 100 克水中 , 盐与盐水的比是_____ , 水占盐水的_____ .

9 . 甲数比乙数多 $\frac{1}{4}$, 甲、乙两数的比是_____ , 乙数是甲数的_____ (填分数)

10 . A 、 B 两地间的实际距离 $AB = 250$ 米 , 画在地图上的距离 $A'B' = 5$ 厘米 , 比例尺是_____ .

11 . 求比值 .

(1) $0.625:\frac{3}{8}$;

(2) $\frac{8}{9}:\frac{4}{3}$;

(3) $0.4:1$;

(4) $\frac{1}{8}$ 吨 : 800 千克

12 . 把下列各比化成最简整数比 :

(1) 15 分钟 : $1\frac{1}{4}$ 小时 ;

(2) $120\%:\frac{5}{6}:2\frac{1}{3}$.

13. 已知 $\frac{1}{3}a = 20\%b$, $c:b = \frac{3}{20}:25\%$, 求 $a:b:c$.

14. 已知 $a:b = 4:5$, $b:c = 0.5:\frac{2}{3}$, 求 $a:b:c$ (结果写成最简整数比) .

15. 下面哪组中的四个数可以组成比例？把组成的比例写出来 .

(1) 4 , 5 , 12 和 15

(2) 2 , 3 , 4 和 5

(3) 1.6 , 6.4 , 2 和 5

(4) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ 和 $\frac{1}{16}$

16. 解比例 .

(1) $8 : x = \frac{1}{12}$

(2) $\frac{7}{2} : x = \frac{8}{7} : \frac{2}{5}$

(3) $4 : \frac{2}{3} = x : \frac{2}{5}$

17. 王亮 6 分钟走了 300 米，李明用的时间是王亮的 1.5 倍，王亮与李明的速度比是多少？

18. 王师傅 1.5 小时加工 1350 个零件．照这样的速度，王师傅 40 分钟可以加工多少个零件？(用比例方法解题)

19. 制作一种面包，面粉、水、白糖的比例为 50:35:1 . 现有面粉 450 克，制作这种面包，还需水和白糖各多少克？

20. 京剧是中国的国粹．近年来，京剧得到更多年轻人的喜爱．据统计，清远某校有 60 名年轻教师喜爱京剧．其中，男教师和女教师的人数之比是 7:5，喜爱京剧的男教师和女教师各有多少名？