

专题 03 期末选填压轴题

考点归纳

考点 01 概念综合辨析

考点 02 尺规作图的应用

考点 03 传统几何求解问题、综合辨析

考点 04 根据特殊三角形求解

考点 05 动态几何—动点问题；旋转问题

考点 06 动态几何—翻折问题

考点 07 算术平方根、立方根的小数点移动问题；实数与数轴

考点 08 二次根式求值问题

考点 09 一元二次方程的综合应用、辨析

考点 10 新定义题

考点专练

考点 01 概念综合辨析

1. 已知下列命题中：

- ①有两条边分别相等的两个直角三角形全等；
- ②有一条腰相等的两个等腰直角三角形全等；
- ③有一条边与一个锐角分别相等的两个直角三角形全等；
- ④顶角与底边分别对应相等的两个等腰三角形全等。

其中真命题的个数是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2. 已知下列命题中：

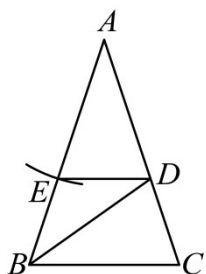
- ①有两条边分别相等的两个直角三角形全等；
 ②顶角与底边分别对应相等的两个等腰三角形全等；
 ③如果 $a^2 = b^2$ ，那么 $a = b$ ；
 ④两个三角形中，两边及其中一边的对角对应相等，则这两个三角形全等。

其中假命题的个数是 () 个。

- A . 1 B . 2 C . 3 D . 4

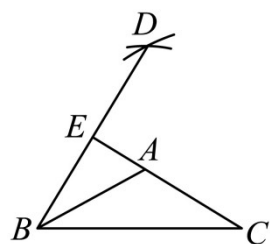
考点 02 尺规作图的应用

3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点 D 在边 AC 上且到边 AB 和边 BC 的距离相等。以点 A 为圆心，线段 AD 的长为半径画弧交边 AB 于点 E ，连接 DE 。下列结论中，不一定正确的是 ()



- A . $BE = DE$ B . $BD = BC$
 C . $\angle AED = 2\angle BDE$ D . $\frac{S_{\triangle BED}}{S_{\triangle BCD}} = \frac{DE}{BC}$

4. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC$ 是钝角，以点 C 为圆心、 CB 的长为半径画弧，再以点 A 为圆心、 AB 的长为半径画弧，这两条弧相交于点 D ，连接 BD ，延长 CA 交 BD 于点 E 。下列结论中一定正确的是 ()

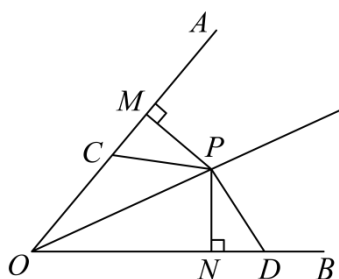


- A . $BC = BD$ B . $2AE = AB$
 C . $BE = DE$ D . $\angle ABD = \angle ABC$

考点 03 传统几何求解问题、综合辨析

5. 如图， C 、 D 两点分别在射线 OA 、 OB 上，点 P 在 $\angle AOB$ 的内部，且 $CP = DP$ ， $PM \perp OA$ ， $PN \perp OB$ ，垂足

分别为点 M 、 N ，且 $CM = DN$ ，若 $DN = 3, CO = 7$ ，则 DO 的长为 ()



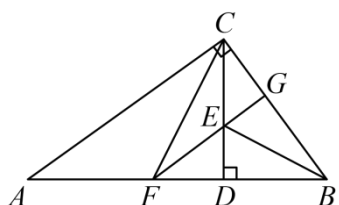
A . 10

B . 13

C . 15

D . 17

6. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BCA = 90^\circ$ ， CD 是高， BE 平分 $\angle ABC$ 交 CD 于点 E ，过 E 作 $EF \parallel AC$ 交边 AB 于点 F ，交边 BC 于点 G ，连接 CF ，下列结论中，不一定成立的是 ()



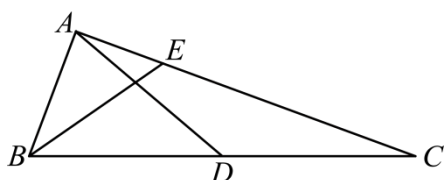
A . $\angle EFD = \angle BCD$

B . $\angle ACF = \angle DCF$ C . $BF = BC$

D .

$AF = CF$

7. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 5, AC = 12, BC = 13$ ， AD 是 BC 边上的中线， BE 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，下列结论错误的是 ()



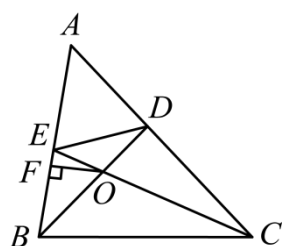
A . $AD \perp BE$

B . 点 E 到 BC 的距离等于线段 AE 的长度

C . 点 D 在线段 AC 的垂直平分线上

D . $13S_{\triangle ABE} = 5S_{\triangle BEC}$

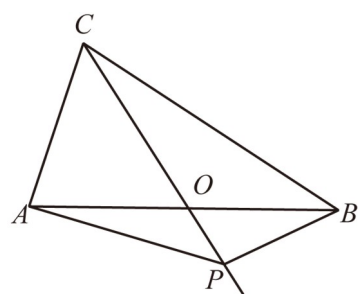
8. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 60^\circ (\angle ABC > \angle A)$ ，角平分线 BD ， CE 交于点 O ， $OF \perp AB$ 于点 F 。下列结论：① $S_{\triangle BOC} : S_{\triangle BOE} = BC : BE$ ；② $\angle EOF = \angle ABC - \angle A$ ；③ $BE + CD = BC$ ；④ $S_{\text{四边形}BEDC} = 2S_{\triangle BOC} + S_{\triangle EDO}$ ；其中正确结论是 ()



- A. ①③④ B. ①②③④ C. ①②③ D. ①③

考点 04 根据特殊三角形求解

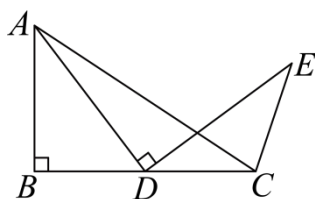
9. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=BC=4$ ， $AO=BO$ ， P 是射线 CO 上的一个动点， $\angle AOC=60^\circ$ ，则当 $\triangle PAB$ 为直角三角形时， AP 的长为_____.



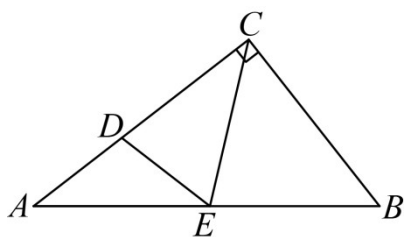
10. 已知点 D 、 E 分别是等边 $\triangle ABC$ 边 AB 、 AC 上的动点，将 $\triangle ADE$ 沿直线 DE 翻折，使点 A 恰好落在边 BC 上的点 P 处，如果 $\triangle BPD$ 是直角三角形，且 $BP=2$ ，那么 EC 的长是_____.

11. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $BC=4$ ，如果将 $\triangle ABC$ 折叠，使点 B 与点 A 重合，且折痕交边 AB 于点 M ，交边 BC 于点 N ，如果 $\triangle CAN$ 是直角三角形，那么 $\triangle ABC$ 的面积是_____.

12. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， $AB=4$ ， $BC=6$ ，点 D 在 BC 边上，将点 A 绕点 D 顺时针旋转 90° 得到点 E ，连接 DE ， CE ．当 $\triangle DCE$ 是等腰三角形时， BD 的长为_____.

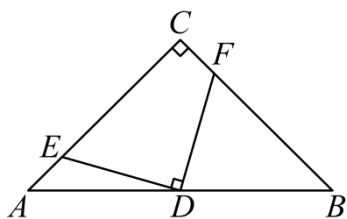


13. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AB=5$ ， $AC=4$ ，点 D 、 E 分别在 AC 、 AB 上， $AD=DE$ ，连接 CE ，如果在 $\triangle DCE$ 与 $\triangle BCE$ 中，一个为等腰三角形，另一个为直角三角形，那么 AD 的长为_____.

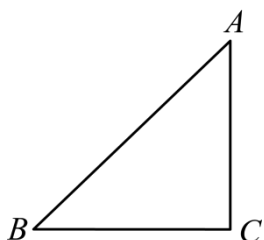


考点 05 动态几何—动点问题；旋转问题

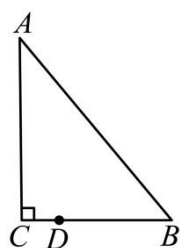
14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ， $AB = 4$ ， D 是 AB 的中点，点 E 、 F 分别在 AC 、 BC 上运动（点 E 不与点 A 、 C 重合），且始终保持 $\angle EDF = 90^\circ$ ，则 $AE + BF =$ _____。



15. 如图，已知等腰 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AB = \sqrt{2}$ 。将 $\triangle ABC$ 绕点 C 逆时针旋转 n° ($0 < n < 90$) 得到 $\triangle A'B'C$ ，点 A 、 B 的对应点分别为点 A' 、 B' 。如果直线 AB 与直线 $A'C$ 的夹角为 75° ，那么 $\triangle AA'C$ 面积的值等于_____。

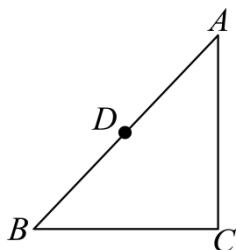


16. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 2\sqrt{6}$ ， $AB = 2\sqrt{10}$ ，点 D 在边 BC 上，且 $CD = \frac{1}{3}BD$ 。现将 $\triangle ABC$ 绕着点 D 旋转得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，点 A_1 、 B_1 、 C_1 分别与点 A 、 B 、 C 对应，连接 AA_1 。如果点 C_1 在线段 AD 的延长线上，那么 $AA_1 =$ _____。



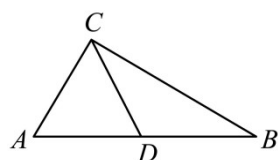
17. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $\angle B = 15^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 绕着点 A 顺时针旋转，使点 C 恰好落在直线 AB 的点 D 上，点 B 的对应点记作点 E ，如果 $AC = 1$ ，那么 $CE =$ _____。

18. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = 6$ ， $AC = 8$ ，点 D 是边 AB 的中点．把 $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕点 C 旋转得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，其中 A_1 、 B_1 分别为点 A 、 B 的对应点．如果 $\triangle A_1B_1C_1$ 的一个锐角的顶点在射线 CD 上，那么 BB_1 的长是_____．

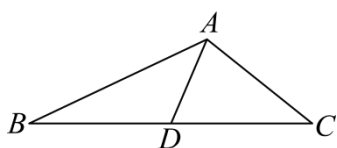


考点 06 动态几何—翻折问题

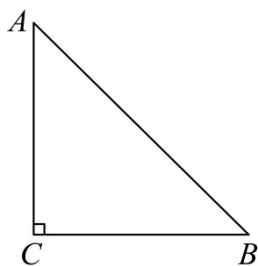
19. 如图，已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， $BC = 3$ ， D 是边 AB 上的一点，将 $\triangle BCD$ 沿直线 CD 翻折，使点 B 落在点 B_1 的位置，若 $B_1D \perp BC$ ，则 BD 的长度为_____．



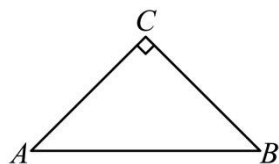
20. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 6$ ，点 D 为边 BC 上一点，将 $\triangle ACD$ 沿直线 AD 翻折得到 $\triangle AED$ ，点 C 的对应点为点 E ，联结 BE ，如果 $\triangle BDE$ 是以 BD 为直角边的等腰直角三角形，那么 BC 的长等于_____．
21. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AD 是边 BC 上的中线， $\angle ADC = 60^\circ$ ， $BC = 3AD$ ．将 $\triangle ABD$ 沿 AD 所在直线翻折，点 B 落在平面上的点 E 处，连接 CE ，若 $\triangle ABC$ 面积为 12，那么 $\triangle ACE$ 的面积为_____．



22. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = BC = 2$ ，点 D 是边 BC 的中点，将 $\triangle ACD$ 沿直线 AD 翻折得 $\triangle AC'D$ ，点 E 是边 AB 上一点， $\triangle BDE$ 沿 DE 翻折后，点 B 的对应点恰好和点 C' 重合，那么 $BE =$ _____．

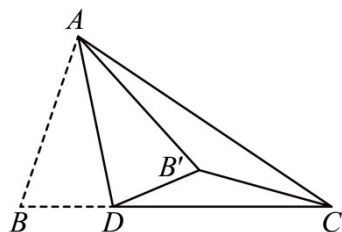


23. 如图，在等腰直角三角形 ABC 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AB = 2$ ， E 为射线 CB 上一点，将 $\triangle AEB$ 沿着 AE 翻折，点 B 的对应点为点 B' ，且 B' 落在 $\triangle ABC$ 的对称轴上，则 $CE =$ _____.



24. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 12\sqrt{2}$ ， $\angle BAC = 90^\circ$ ， AF 在 $\angle BAC$ 内部，且 $AF = AB$ ，分别将 AB ， AC 向 AF 对折，使得 AB ， AC 都与 AF 重合，折痕 AD ， AE 分别交 BC 于点 D ， E 。若 $DE = 10$ ，则 AD 的长为 _____.

25. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAD = 30^\circ$ ，将 $\triangle ABD$ 沿 AD 折叠至 $\triangle ADB'$ ， $\angle ACB = 2\alpha$ ，连接 $B'C$ ， $B'C$ 平分 $\angle ACB$ ，则 $\angle AB'D$ 的度数是 ()



A. $60^\circ + \frac{\alpha}{2}$

B. $60^\circ + \alpha$

C. $90^\circ - \frac{\alpha}{2}$

D. $90^\circ - \alpha$

考点 07 算术平方根、立方根的小数点移动问题；实数与数轴

26. 观察 $\sqrt{613.7} \approx 24.77$ ， $\sqrt{6.137} \approx 2.477$ ， $\sqrt[3]{6.137} \approx 1.8308$ ， $\sqrt[3]{6137} \approx 18.308$ 。推测：若 $\sqrt[3]{x} \approx 0.18308$ ， $\sqrt{y} \approx 0.2477$ ，则 $10x - y =$ _____.

27. 用计算器计算出的下表中各数的算术平方根如下：

n	0.0625	0.625	6.25	62.5	625	6250	62500	...
$\sqrt{n}$	0.25	0.7906	2.5	7.906	25	79.06	250	...

根据以上规律，若 $\sqrt{1.71} \approx 1.31$ ， $\sqrt{17.1} \approx 4.14$ ，则 $\sqrt{1710} \approx$ _____.

28. 根据下表回答下列问题：

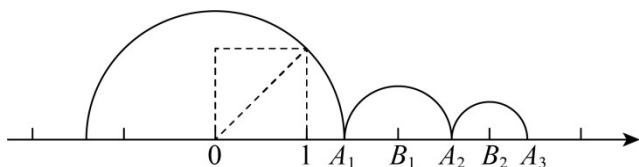
x	15	15.1	15.2	15.3	15.4	15.5	15.6	15.7	15.8	15.9
x^2	225	228.01	231.04	234.09	237.16	240.25	243.36	246.49	249.64	252.81

(1) $\sqrt{243.36} = \underline{\hspace{1cm}}$, $\sqrt{23716} = \underline{\hspace{1cm}}$, $\sqrt{0.023104} = \underline{\hspace{1cm}}$,

(2) $\sqrt{23857}$ 的整数部分是 $\underline{\hspace{1cm}}$, 小数部分是 $\underline{\hspace{1cm}}$;

(3) 若 $153 < \sqrt{n} < 154$, 则满足条件的整数 n 有 $\underline{\hspace{1cm}}$ 个.

29. 如图, 在数轴上, 我们可以用画半圆的方式, 依次得到一些新的点. 从原点 O 开始, 作一个边长为 1 的正方形, 连接正方形对角两个顶点得到的线段的长度为 $\sqrt{2}$, 以数轴原点为圆心, $\sqrt{2}$ 长度为半径画半圆, 交数轴右边于点 A_1 , 如此就能把 $\sqrt{2}$ 表示在数轴上点 A_1 处, 记 A_1 右侧最近的整数点为 B_1 , 以点 B_1 为圆心, A_1B_1 为半径画半圆, 交数轴于点 A_2 , 记 A_2 右侧最近的整数点为 B_2 , 以点 B_2 为圆心, A_2B_2 为半径画半圆, 交数轴于点 A_3 , 如此继续, 则 $A_{2026}B_{2026}$ 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



考点 08 二次根式求值问题

30. 设 $x = \frac{\sqrt{t+1} - \sqrt{t}}{\sqrt{t+1} + \sqrt{t}}$, $y = \frac{\sqrt{t+1} + \sqrt{t}}{\sqrt{t+1} - \sqrt{t}}$, 当 t 为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 时, 代数式 $20x^2 + 62xy + 20y^2 = 2022$.

31. 在数学中也经常用对仗 (对偶) 思想解决有关问题, 比如, 已知:

$(a + \sqrt{a^2 + 10})(b + \sqrt{b^2 + 10}) = 10$, 则 $(a + \sqrt{a^2 + 10})$ 的“对偶式”是 $(a - \sqrt{a^2 + 10})$, 通过

$(a + \sqrt{a^2 + 10})(a - \sqrt{a^2 + 10}) = -10$, 可以得到 $b + \sqrt{b^2 + 10} = \sqrt{a^2 + 10} - a$, 同样也可以得到

$a + \sqrt{a^2 + 10} = \sqrt{b^2 + 10} - b$, 从而解决相应的问题. 请运用上述方法解决下列问题:

已知实数 x, y 满足 $(x + \sqrt{x^2 + 2025})(y + \sqrt{y^2 + 2025}) = 2025$, 则 $x + y + 2025 = \underline{\hspace{2cm}}$.

考点 09 一元二次方程的综合应用、辨析

32. 下列命题: ①若 $x=1$ 是一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的根, 则 $x=1$ 也是方程 $cx^2 + bx + a = 0$ 的根; ②若 $a+c=0$, 则关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有两个不相等的实数根; ③一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两根为 x_1, x_2 , 若 $abc > 0$, 则 $x_1 < 0, x_2 < 0$. 其中正确的是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

33. 已知关于 x 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 中, ①若 $2a+3c=0$, 那么方程有两个不相等的实数根;

②若 $b = -2a - \frac{1}{2}c$ ，则 $b^2 - 4ac \geq 0$ ；③若方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 两根为 $x_1 = -1$ 和 $x_2 = 2$ ，则 $2ab + \frac{c^2}{2} = 0$ ；④若 $b < 0, a + b > 0, a - c < 0$ ，那么方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 一定无解。其中正确的是_____。

考点 10 新定义题

34. 阅读理解：把数用大括号围起来，如： $\{2\}$ 、 $\{-1.5, 0\}$ ，我们称之为“集”，其中大括号内的数称其为“集”的元素。如果一个“集”满足：只要其中有一个元素 a ，使得 $a^2 + a$ 还是这个“集”的元素，这样的“集”我们称之为“回归集”。若“集” $\{2, n\}$ 是“回归集”，则 n 的值为_____。

35. 定义：关于 x 的一元二次方程： $a_1(x-m)^2 + n = 0$ (a_1, m, n 是常数， $a_1 \neq 0$) 与 $a_2(x-m)^2 + n = 0$ (a_2, m, n 是常数， $a_2 \neq 0$)，称为“同族二次方程”。例如： $2(x-3)^2 + 4 = 0$ 与 $3(x-3)^2 + 4 = 0$ 是“同族二次方程”。如果关于 x 的一元二次方程： $2(x-1)^2 + 1 = 0$ 与 $ax^2 + bx + 5 = 0$ (a, b 是常数， $a \neq 0$) 是“同族二次方程”。那么代数式 $ax^2 - bx + 2029$ 的最小值是_____。

36. 规定：对于任意实数 a ，可用 $[a]$ 表示不超过 a 的最大整数，如： $[2] = 2$ ， $[\sqrt{3}] = 1$ 。现对 38 进行如下操作： $38 \xrightarrow{\text{第1次操作}} [\sqrt{38}] = 6 \xrightarrow{\text{第2次操作}} [\sqrt{6}] = 2 \xrightarrow{\text{第3次操作}} [\sqrt{2}] = 1$ ，这样对 38 只需进行 3 次操作后变为 1。某同学对实数 2025 进行了 n 次操作后变为 1，那么 n 的值为_____。

37. 如果无理数 m 的值介于两个连续正整数之间，即满足 $a < m < b$ (其中 a, b 为连续正整数)，我们则称无理数 m 的“神奇区间”为 (a, b) 。例： $2 < \sqrt{5} < 3$ ，所以 $\sqrt{5}$ 的“神奇区间”为 $(2, 3)$ 。若某一无理数的“神奇区间”为 (a, b) ，且满足 $6 < \sqrt{a} + b \leq 16$ ，其中 $x = b$ ， $y = \sqrt{a}$ 是关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} bx + ay = p \\ x - y = 1 \end{cases}$ 的一组正整数解，则 $p =$ _____。

38. 我们把不超过有理数 x 的最大整数称为 x 的整数部分，记作 $[x]$ ，又把 $x - [x]$ 称为 x 的小数部分，记作 $|x|$ ，则有 $x = [x] + |x|$ 。例如： $[1.3] = 1$ ， $1.3 = [1.3] + |1.3|$ 。下列说法：① $[2.99] = 2$ ；② $[-5.3] = -6$ ；③若 $1 < |x| < 2$ ，且 $|x| = 0.4$ ，则 $x = 1.4$ 或 $x = -1.6$ ，其中正确的有 ()

- A. 3 个 B. 2 个 C. 1 个 D. 0 个

39. 对于一个正实数 m ，我们规定：用符号 $[\sqrt{m}]$ 表示不大于 $\sqrt{m}$ 的最大整数 ($[m]$ 表示不大于 m 的最大整数)，称 $[\sqrt{m}]$ 为 m 的根整数，如： $[\sqrt{4}] = 2$ ， $[\sqrt{10}] = 3$ 。如果我们对 m 连续求根整数，直到结果为 1 为止。

例如：对 11 连续求根整数 2 次， $[\sqrt{11}]=3 \rightarrow [\sqrt{3}]=1$ ，这时候结果为 1。现有如下四种说法：①

$[\sqrt{3}]+[\sqrt{6}]=[\sqrt{9}]$ ；② $[\sqrt{a}]^2=[(\sqrt{a})^2]$ ；③若方程 $[\sqrt{12-x}]-[\sqrt{x-3}]=1$ ，则满足条件的 x 的整数值有 4 个；

④只需进行 3 次连续求根整数运算后结果为 1 的所有正整数 m 中，最大值与最小值之差为 239。其中正确

说法的个数有 ()

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

40. 我们规定：在四边形 $ABCD$ 中， O 是边 BC 上的一点。如果 $\triangle OAB$ 与 $\triangle OCD$ 全等，那么点 O 叫做该四

边形的“等形点”。在四边形 $EFGH$ 中， $\angle EFG = 90^\circ$ ， $EF \parallel GH$ ， $EF = 1$ ， $FG = 3$ ，如果该四边形的“等形

点”在边 FG 上，那么四边形 $EFGH$ 的周长是_____。